

KfK 3915  
Februar 1986

# **Plastische Dehnungskonzentrationen im Einspannbereich von Zylinderschalen bei Überlastung**

M. Geiß  
Institut für Reaktorentwicklung  
Projekt Nukleare Sicherheit

**Kernforschungszentrum Karlsruhe**



Kernforschungszentrum Karlsruhe  
Institut für Reaktorentwicklung  
Projekt Nukleare Sicherheit

KfK 3915

Plastische Dehnungskonzentrationen im Einspannbereich  
von Zylinderschalen bei Überlastung

M. Geiß

Von der Fakultät für Maschinenbau der  
Universität Karlsruhe (TH) genehmigte Dissertation

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH, Karlsruhe

Als Manuskript vervielfältigt  
Für diesen Bericht behalten wir uns alle Rechte vor

Kernforschungszentrum Karlsruhe GmbH  
Postfach 3640, 7500 Karlsruhe 1

ISSN 0303-4003

## Zusammenfassung

Es wird das Verhalten von Zylinderschalen bei Überlast untersucht. Besonderes Interesse gilt der Ermittlung der Dehnungskonzentrationen an den eingespannten Schalenrändern. Die Art der Schaleneinspannung und das Materialverhalten werden variiert. Für die Analysen wird ein Finite-Element-Rechenprogramm eingesetzt. Anhand dieser exemplarischen Analysen erfolgt eine kritische Beurteilung der Standardauslegungsverfahren nach den technischen Regelwerken wie etwa dem ASME-Code.

Die Ergebnisse zeigen, daß an einer festen Einspannung einer innendruckbeanspruchten Zylinderschale nur mäßige plastische Dehnungskonzentrationen auftreten. Der Einfluß der Werkstoffverfestigung auf diese Dehnungskonzentrationen ist nicht besonders stark. Im Gegensatz dazu sind an einer Schaleneinspannung mittels eines flexiblen Flansches bei Axialbelastung erhebliche plastische Dehnungskonzentrationen zu erwarten. Die Größe dieser Dehnungskonzentrationen hängt stark vom Verfestigungsverhalten des Werkstoffs ab. Der Vergleich dieser inelastischen Festigkeitsanalysen mit Standardauslegungsverfahren nach Regelwerk zeigt, daß bei richtiger Klassifizierung der Spannungen die Auslegung zwar konservativ ist, daß aber eine solche Klassifizierung ohne tiefergehende Kenntnisse zum jeweiligen Problem Schwierigkeiten bereiten kann. So ergibt sich, daß beim ersten Problem mit fester Schaleneinspannung die Biegespannungen nur sekundären Charakter haben, daß beim zweiten Problem mit flexibler Flanscheinspannung die Biegespannungen als Primärspannungen (mit wesentlich niedrigeren, zulässigen Werten) behandelt werden müssen.

Die Anwendung dieser Ergebnisse auf einen konkreten Anwendungsfall, nämlich die Beanspruchung der Kernbehälter einspannung in einem Druckwasserreaktor bei einem Blowdown-Störfall, ergibt, daß selbst bei einem schnellen und vollständigen Bruch einer Hauptkühlmittelleitung keine Gefahr für die Strukturintegrität besteht.

## Concentrations of Plastic Strains in the Clamping Region of Cylindrical Shells under Excessive Loading

### Abstract

The behaviour of cylindrical shells under a possible overload is investigated. Different clamping conditions and variations of the material behaviour are considered. Especially the plastic strain concentrations at the shell clamping are determined. The analyses have been carried out with a finite-element code. With the help of these analyses standard stress analysis procedures like the ASME-code are critically assessed.

The results show that only minor plastic strain concentrations have to be expected for a rigidly clamped shell loaded by internal pressure. The work hardening characteristic of the material has little influence on these strain concentrations. On the other hand considerable plastic strain concentrations have to be expected at a flange type clamping loaded by axial stresses in the shell. These concentrations strongly depend on the work hardening characteristic of the material. Comparison of these analyses with standard stress analysis procedures shows that these procedures are conservative, provided the classification of the different types of stresses has been done in a correct way which, however, may be difficult for some problems. For instance, for the rigidly clamped shell bending stresses can be classified as secondary stresses, but for a flange type clamping bending stresses must be treated as primary stresses with lower limits.

With these results the structural integrity of the core barrel clamping of a pressurized water reactor under blowdown loading has been assessed. Even in case of a sudden and complete pipe break the structure is able to withstand blowdown loading.

<u>Inhalt</u>	Seite
1. Einleitung	1
2. Festigkeitsanalysen für eine Zylinderschale unter axial-symmetrischer Belastung	5
2.1 Elastische Analyse	5
2.2 Elastisch-plastische Analyse	11
3. Dehnungskonzentrationen an der festen Einspannung einer Zylinderschale	14
3.1 Elastische Analyse	14
3.2 Elastisch-plastische Analyse	17
3.3 Bedeutung der Dehnungskonzentrationen für das Festigkeitsverhalten	32
4. Dehnungskonzentrationen an der Flansch-Einspannung einer Zylinderschale	35
4.1 Allgemeines	35
4.2 Elastische Analyse	36
4.3 Elastisch-plastische Analyse	44
4.4 Bedeutung der Dehnungskonzentrationen für das Festigkeitsverhalten	51

	Seite
5. Vergleich der konventionellen Auslegung nach technischen Regelwerken mit den Ergebnissen der elastisch-plastischen Analysen	53
5.1 Die konventionelle Auslegung nach technischen Regelwerken	53
5.2 Beurteilung der Beanspruchungen mit Hilfe der elastisch-plastischen FEM-Analysen	56
6. Beanspruchung der Kernbehältereingspannung beim Blowdown	64
6.1 Problemdefinition	64
6.2 Ergebnisse	68
7. Zusammenfassung und Schlußfolgerungen	78
Literatur	81
Anhang	84
Anhang A: Beschreibung der Finite-Element-Modelle	84
Anhang B: Typische Werkstoffdaten für ferritische und austenitische Werkstoffe	86



## 1. Einleitung

### Allgemeines

Im Genehmigungsverfahren für Kernkraftwerke ist nachzuweisen, daß bei möglichen Störfällen eine Gefährdung der Umwelt durch radioaktive Spaltprodukte ausgeschlossen ist /1/. Hierfür ist sicherzustellen, daß die Wärmeabfuhr aus dem Reaktorkern unter allen Umständen gewährleistet bleibt. Bei der Erfüllung dieser Forderung ist die mechanische Integrität der Reaktorkomponenten von entscheidender Bedeutung.

Üblicherweise erfolgt die Auslegung der Komponenten gegen die Belastungen aus dem normalen Betrieb und aus Störfällen auf der Basis rein elastischer Festigkeitsanalysen. Trotzdem werden bisweilen plastische Verformungen zugelassen. Die auftretenden Spannungen dürfen in diesen Fällen Grenzwerte erreichen, die oberhalb der Fließgrenze des Werkstoffs liegen. Die Einzelheiten hierzu sind im ASME-Code /2/ und in den KTA-Regeln /3/ festgelegt.

### Ziel und Gegenstand der vorliegenden Arbeit

In dieser Arbeit wird anhand einiger exemplarischer Probleme untersucht, ob diese vereinfachte Vorgehensweise eine realistische Beurteilung des Festigkeitsverhaltens erlaubt, d.h., ob die Versagenslast immer etwa dasselbe Vielfache der zugelassenen Last ist. Eine zu niedrige Versagenslast kann eine Reduktion der Bauteilzuverlässigkeit zur Folge haben, eine zu hohe Versagenslast kann eine unnötige Überdimensionierung anzeigen. Als exemplarisches Bauteil wurde eine Zylinderschale gewählt. Ihr Verhalten bei Überlastung wurde unter verschiedenen Randbedingungen und bei unterschiedlichem elastisch-plastischem Materialverhalten analysiert. Die Ergebnisse wurden mit Festigkeitsauslegungen nach /2/ und /3/ verglichen.

Ausgangspunkt dieser Arbeit war ein Problem, das bei Sicherheitsuntersuchungen von Druckwasserreaktoren auftrat. Dabei wurde der Bruch einer kalten Hauptkühlmittelleitung direkt am Reaktordruckbehälter unterstellt. Die schnelle Druckentlastung des Primärsystems (Blowdown) führt zu dynamischen

Beanspruchungen der Reaktordruckbehältereinbauten. Die höchsten Beanspruchungen treten hierbei an der Einspannung des Kernbehälters im Reaktordruckbehälter auf. Sie werden neben anderen Fällen im Rahmen dieser Arbeit analysiert und hinsichtlich ihrer Bedeutung für die Sicherheit beurteilt.

Zur Untersuchung des Festigkeitsverhaltens werden sowohl quasi-analytische Verfahren als auch die Finite-Element-Methode (FEM) eingesetzt. Neuere Entwicklungen dieser Methode erlauben es, das elastisch-plastische Verformungsverhalten einer Struktur unter Berücksichtigung großer Verformungen explizit zu analysieren. Gerade dies ist bei der Berechnung von Versagenslasten eine wesentliche Voraussetzung.

Bei einer Überlastung von Schalenstrukturen sind verschiedene Versagensmechanismen denkbar, die sich hinsichtlich des Versagensablaufs deutlich unterscheiden. Einer dieser Mechanismen ist die plastische Instabilität. Bei Erreichen der Instabilitätsbelastung einer Struktur kann die durch die verringerten Wandstärken und veränderte Geometrie reduzierte Tragfähigkeit der Struktur nicht mehr durch die Werkstoffverfestigung kompensiert werden. Es kommt so zu einem globalen Versagen. Die Größe dieser Instabilitätslast läßt sich bei einfachen Geometrien mit wenig Aufwand mittels elementarer Überlegungen in geschlossener Form bestimmen. Bei komplizierten Geometrien ist die Bestimmung der Instabilitätslast sehr problematisch. Im allgemeinen sind die zur plastischen Instabilität führenden Verformungen recht groß.

Ein anderer Versagensmechanismus ist dadurch gekennzeichnet, daß die Struktur an Diskontinuitätsstellen (Einspannung, Steifigkeitssprung, Flanschverbindung) lokal versagt, bevor große globale Verformungen und plastische Instabilität erreicht werden. An diesen Stellen treten nämlich Beanspruchungsmaxima auf, die bei plastischen Verformungen unter Umständen zu starken Dehnungskonzentrationen führen können, so daß die vom Werkstoff eben noch ertragbaren Dehnungen überschritten werden oder vorhandene Risse zu instabilem Wachstum angeregt werden.

Zur Beurteilung dieser Zusammenhänge ist es notwendig, daß man Größe und örtliche Verteilung der Dehnungskonzentrationen im Detail erfaßt. Bei der

hier untersuchten Zylinderschale wurde darauf besonderer Wert gelegt. Die Bestimmung der plastischen Dehnungskonzentrationen an der Schaleneinspannung stellt den Hauptteil dieser Arbeit dar. Hierzu werden die relevanten Problemparameter identifiziert und hinsichtlich ihres Einflusses auf die Dehnungskonzentrationen analysiert.

Um den Berechnungsaufwand in erträglichen Grenzen zu halten, wurde meistens axial-symmetrische Belastung vorausgesetzt. In diesem Fall kann nämlich mit zweidimensionalen FEM-Modellen gearbeitet werden. Versuchsweise wurden auch einzelne dreidimensionale Analysen durchgeführt. Es hat sich aber im Verlauf dieser Untersuchungen gezeigt, daß dreidimensionale Analysen bei großen plastischen Verformungen und feiner für lokale Aussagen notwendiger Diskretisierung noch deutlich über der Leistungsfähigkeit der heute eingesetzten Rechnergeneration liegen. Die Durchführung inelastischer Festigkeitsanalysen ist, abgesehen von wenigen Spezialfällen, ohnehin erst in den letzten Jahren mit der Weiterentwicklung der Rechenanlagen und der Entwicklung fortgeschrittener FEM-Rechenprogramme möglich geworden /4/.

Im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen wurde mit dem Rechenprogramm ADINA /5/ gearbeitet. Dieser Rechencode wurde vom Massachusetts Institute of Technology speziell für nichtlineare Probleme entwickelt. Er ermöglicht eine optimale Lösung inelastischer Probleme, da er eine Reihe sehr effektiver problemspezifischer Algorithmen für die bei derartigen Problemen erforderlichen inkrementell-iterativen Lösungsverfahren enthält. Zur Interpretation der FEM-Ergebnisse, zur Erkennung von wirksamen Beanspruchungsmechanismen und für eine gewisse Überprüfung der Ergebnisse wurden im Rahmen dieser Arbeit zusätzlich verschiedene Spezialmodelle entwickelt.

#### Kenntnisstand über Probleme mit plastischer Dehnungskonzentration

In der Literatur findet man nur wenig über analytische Untersuchungen zu diesem Problemkreis. In Arbeiten von Radomski und White /6, 7/ sowie Langer /8/ werden Berechnungen zu plastischen Dehnungskonzentrationen in Balkenstrukturen vorgestellt. Bei diesen Strukturen hat man es aber nur mit einem einachsigen Spannungszustand zu tun. Damit vereinfachen sich die konstitu-

tiven Beziehungen beträchtlich. Außerdem werden diese Probleme durch eine gewöhnliche Differentialgleichung beschrieben, die in gewohnter Weise numerisch integrierbar ist. Strohmeier beschäftigt sich in einer Arbeit /9/ mit Beanspruchungsspitzen an Störstellen in Schalenstrukturen. Die Untersuchungen beschränken sich jedoch auf rein elastische Beanspruchungen, d.h., Spannungsumlagerungen und Dehnungsverteilung nach Überschreiten der Fließgrenze werden nicht untersucht. Weitergehende theoretische Untersuchungen, insbesondere zu plastischen Dehnungskonzentrationen in Schalenstrukturen, sind dem Verfasser nicht bekannt. Dies hat seine Ursache wohl darin, daß derartige Untersuchungen erst in jüngster Zeit mit der Weiterentwicklung der modernen numerischen Berechnungsmethoden möglich wurden.

Wegen der großen praktischen Bedeutung dieser Probleme wurden aber in der Vergangenheit eine Reihe experimenteller Untersuchungen durchgeführt. Dabei wurden aber meist nur qualitative Aussagen gewonnen. Ein umfangreiches Untersuchungsprogramm wurde in den sechziger und siebziger Jahren vom Pressure Vessel Research Committee (PVRC) in den USA durchgeführt /10 ÷ 13/. Diese Arbeiten standen in engem Zusammenhang mit der Entwicklung hochfester Stähle mit relativ geringer Verfestigung, bei denen diese Problematik von besonderer Relevanz ist. Ziel war es, den Einfluß von Werkstoffverfestigung und von Dehnungskonzentrationen auf das Berstverhalten von Druckbehältern zu studieren. Dabei wurden Dehnungskonzentrationen an Einspannstellen, Flanschverbindungen sowie an Teildurchrissen von Behälterwänden analysiert. Als Versuchsobjekte wurden sowohl detailgetreue Modellbehälter als auch stark vereinfachte Geometrien verwendet. Wichtigstes Ergebnis dieser Untersuchungen war, daß diese hochfesten Stähle trotz der geringeren Werkstoffverfestigung bei Auslegung nach dem Regelwerk ungefähr dieselbe Sicherheit gegen Versagen durch Überlastung bieten wie konventionelle Stähle.

## 2. Festigkeitsanalysen für eine Zylinderschale unter axial-symmetrischer Belastung

### 2.1 Elastische Analyse

#### Allgemeines

Zur Untersuchung des Verhaltens einer Struktur unter überhöhter Belastung ist zunächst die Kenntnis des elastischen Verformungsverhaltens unabdingbar. Diese erlaubt es bereits, gewisse Aussagen über das Verhalten bei Überlast zu treffen. Mit Kenntnis der örtlichen Spannungsverteilung läßt sich nämlich beurteilen, ob eine Struktur bei Beanspruchungen, die über die Elastizitätsgrenze hinausgehen, in der Lage ist, diese Belastung durch Spannungsumlagerungen und Werkstoffverfestigung weiter aufzunehmen.

Als Basis für die weiteren Überlegungen wird deshalb mit Hilfe der Flügge'schen Schalendifferentialgleichungen /14/ das elastische Verformungsverhalten einer Zylinderschale bei axial-symmetrischer Belastung analysiert. Für einfache Randbedingungen und Belastungsfälle lassen sich diese Gleichungen direkt analytisch integrieren. Die dabei übliche Vorgehensweise wird hier noch einmal dargestellt. Die Beschränkung auf axial-symmetrische Beanspruchungsfälle erfolgte in Anlehnung an die späteren elastisch-plastischen Analysen, bei denen in den meisten Fällen aus Rechnerkapazitätsgründen ebenfalls Axial-Symmetrie zugrunde gelegt wird. Es sei hier allerdings betont, daß diese Einschränkung hinsichtlich der eigentlich interessierenden Fragestellungen unwesentlich ist. Wirklich drastische Verformungen können nämlich nur durch konstant am Umfang verteilte Beanspruchungen, allenfalls noch durch Beanspruchungen sehr niedriger Umfangsordnung hervorgerufen werden. Außerdem treten gerade diese Beanspruchungsfälle in Praxis am häufigsten auf. Axial-symmetrische Modelle sind deswegen zur Untersuchung von Dehnungskonzentrationsproblemen ausreichend.

# Die analytische Lösung

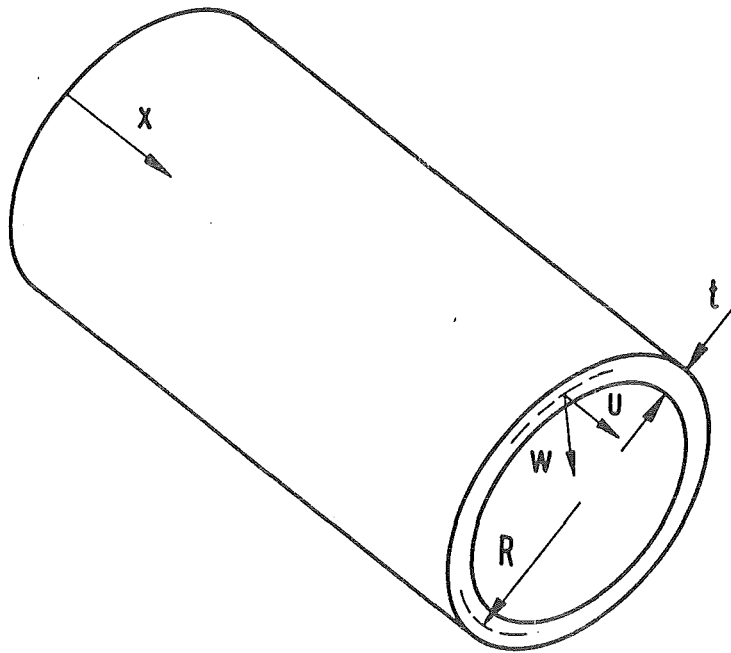


Abb. 2.1: Verschiebungsgrößen an einem Schalelement

Im Rahmen der Flügge'schen Schalentheorie wird angenommen, daß Punkte, die ursprünglich auf einer Normalen zur Schalenmittelfläche liegen, auch nach der Verformung auf dieser Normalen liegen. Außerdem werden die Spannungen in der Normalenrichtung vernachlässigt. Für den hier untersuchten axial-symmetrischen Fall erhält man nach /14/ das folgende gekoppelte Differentialgleichungssystem für das gesuchte Verschiebungsfeld:

$$u''(x) - \nu w'(x) + k w'''(x) = 0 \quad (2.1)$$

$$-\nu u'(x) + k u'''(x) + (1+k)w(x) + k w'''(x) = \frac{\rho R (1-\nu^2)}{E t} \quad (2.2)$$

$$k = \frac{t^2}{12 R^2}$$

Hierbei ist  $x$  die axiale Koordinate,  $u$  und  $w$  sind die durch Bezug auf den Schalenradius  $R$  dimensionslos gemachten Verschiebungen (s. Abb. 2.1).  $p$  ist der Innendruck der Schale. Die elastischen Werkstoffeigenschaften werden durch den Elastizitätsmodul  $E$  und die Querkontraktionszahl  $\nu$  beschrieben.

Zunächst wird das homogene System  $p(x)=0$  untersucht. Das gekoppelte Differentialgleichungssystem läßt sich auf eine gewöhnliche Differentialgleichung 6. Ordnung für  $w(x)$  transformieren:

$$w^{(6)}(x) + K_4 w^{(4)}(x) + K_2 w''(x) = 0 \quad (2.3)$$

$$K_4 = \frac{2\nu}{1-\nu}$$

$$K_2 = \frac{1+\nu-\nu^2}{k(1-\nu)}$$

Die Wurzeln der charakteristischen Gleichung sind unter der Voraussetzung  $K_2 \gg \frac{K_4^2}{4}$ , die für übliche Schalenparameter immer erfüllt ist:

$$\lambda_{1,2} = 0 \quad (2.4)$$

$$\lambda_3 = -\lambda_4 = \gamma + i\delta \quad (2.5)$$

$$\lambda_5 = -\lambda_6 = \gamma - i\delta \quad (2.6)$$

$$\gamma = \sqrt{-\frac{K_4}{4} + \frac{1}{2}\sqrt{K_2}}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{K_4}{4} + \frac{1}{2}\sqrt{K_2}}$$

Für  $w(x)$  ergibt sich somit der folgende Ansatz:

$$w(x) = c_1 + c_2 x + \sum_{j=3}^6 c_j' e^{\lambda_j x} \quad (2.7)$$

Dabei sind  $c_1$  und  $c_2$  reelle und  $c_j'$  komplexe Konstanten. Dieser Ansatz läßt sich auf vollständig reelle Größen umformen. Man erhält:

$$w(x) = c_1 + c_2 x + e^{\gamma x} (c_3 \cos \delta x + c_5 \sin \delta x) + e^{-\gamma x} (c_4 \cos \delta x - c_6 \sin \delta x) \quad (2.8)$$

Gleichung 2.1 liefert nun in Verbindung mit Gleichung 2.8 eine inhomogene Differentialgleichung 2. Ordnung für  $u(x)$  :

$$u''(x) = \gamma w'(x) - k w'''(x) \quad (2.9)$$

Ihre Lösung  $u(x)$  lautet:

$$\begin{aligned} u(x) = & h_1 + h_2 x + c_2 \gamma \frac{x^2}{2} \\ & + c_3 e^{\gamma x} (\xi \cos \delta x + \eta \sin \delta x) - c_4 e^{-\gamma x} (\xi \cos \delta x - \eta \sin \delta x) \\ & + c_5 e^{\gamma x} (\xi \sin \delta x - \eta \cos \delta x) + c_6 e^{-\gamma x} (\xi \sin \delta x + \eta \cos \delta x) \end{aligned} \quad (2.10)$$



$$\xi = -k\gamma + \frac{\nu\gamma}{\gamma^2 + \delta^2}$$

$$\eta = k\delta + \frac{\nu\delta}{\gamma^2 + \delta^2}$$

Hierbei treten zusätzlich die Konstanten  $h_1$  und  $h_2$  auf. Da man bei dieser Ableitung Differentiationen durchgeführt hat, unterliegen die Integrationskonstanten zusätzlichen Restriktionen, die man durch Einsetzen in die ursprüngliche Differentialgleichung bestimmen kann. Im einzelnen ergibt sich:

$$c_2 = 0 \quad (2.11)$$

$$h_2 = \frac{1+k}{\nu} c_1 \quad (2.12)$$

Für den Fall einer durch Innendruck belasteten Zylinderschale ist das Differentialgleichungssystem (2.1) und (2.2) inhomogen. Für konstant verteilten Innendruck  $p$  ergeben sich die partikulären Lösungen  $w_p(x)$  und  $u_p(x)$  :

$$w_p(x) = - \frac{pR(1-\nu^2)}{Et(1+k)} \quad (2.13)$$

$$u_p(x) = 0 \quad (2.14)$$

Zur Erzielung der vollständigen Lösung sind der homogene und der partikuläre Lösungsanteil zu überlagern. Das Problem besteht nun darin, die sechs unbekannten Konstanten  $h_1, h_2, c_3 \dots c_6$  zu bestimmen, indem die Lösung an die gegebenen Randbedingungen (jeweils drei an den beiden Schalenrändern) angepaßt wird. Das Problem ist damit auf die Lösung eines linearen  $6 \times 6$  Gleichungssystems reduziert.

Das oben beschriebene Lösungsverfahren wurde in einem entsprechenden Computercode programmiert.

### Diskussion der Lösung

Die hergeleitete Lösung zeigt einige Eigenschaften, die für das elastische Verhalten von Schalen typisch sind. Es ergibt sich, daß für übliche Schalenabmessungen das elastische Verhalten in weiten Bereichen durch einen Membranspannungszustand beschrieben wird. Biegeeffekte treten hingegen im wesentlichen an den Rändern auf und haben einen ausgesprochen lokalen Charakter, d.h. sie klingen mit zunehmender Entfernung vom Rand rasch ab. Die Länge dieses Abklingbereiches hängt von dem Parameter  $\gamma$  in der Lösung (2.8) und (2.10) ab. Für diesen erhält man nach (2.5) und (2.6)

$$\gamma = \sqrt{-\frac{K_4}{4} + \frac{1}{2} \sqrt{K_2}} \quad (2.15)$$

Unter der Voraussetzung, daß  $K_2 \gg \frac{K_4^2}{4}$  und  $k \ll 1$  gilt, was für dünne Schalen erfüllt ist, erhält man für  $\gamma$  mit  $K_2$  und  $K_4$  aus (2.3):

$$\gamma = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)R^2}{t^2}} \quad (2.16)$$

Definiert man die Abklinglänge  $X_A$  (bezogen auf den Schalenradius  $R$ ) etwa als diejenige Länge, innerhalb derer die Amplitude der Exponentialterme in (2.8) und (2.10) auf 1 % des maximalen Wertes an der Störstelle abfällt und setzt  $\nu = 0.3$ , so ergibt sich:

$$0.01 = e^{-\gamma x_A}$$

$$x_A = 3.584 \sqrt{\frac{t}{R}} \quad (2.17)$$

Die Größe des Abklingbereiches hängt damit vom Verhältnis Wandstärke zu Radius der Schale und der Querkontraktionszahl  $\nu$  ab.

Wie weitere Analysen zeigen, hängt die Größe der Beanspruchungsspitze an der Störstelle nur von der Querkontraktion ab, das Verhältnis Wandstärke zu Schalenradius hat hierauf keinen Einfluß.

## 2.2 Elastisch-plastische Analyse

Elastisch-plastisches Werkstoffverhalten tritt auf, wenn die Beanspruchungen über die Fließgrenze hinausgehen. Das Stoffgesetz, d.h. die Beziehungen zwischen Spannungen und Dehnungen, sind dann nichtlinear (physikalische Nichtlinearität). Außerdem werden bei großen Verformungen auch die Beziehungen zwischen Verschiebungen und Dehnungen zunehmend nichtlinear (geometrische Nichtlinearität). Geschlossene Lösungen sind für derartige Probleme nur in Ausnahmefällen möglich. Eine numerische Integration der Differentialgleichungen wäre bei der relativ einfachen Geometrie einer Zylinderschale dagegen denkbar. Schwierigkeiten würde dabei noch die Behandlung der großen Verformungen machen. Mittlerweile stehen aber eine Reihe kommerzieller Finite-Element-Programme zur Verfügung, welche Probleme mit inelastischem Materialverhalten unter Berücksichtigung großer Verformungen analysieren können. In dieser Arbeit wurde deshalb ein solches Programm, nämlich der Rechencode ADINA /5, 15/, für die Analysen eingesetzt.

Kennzeichnend für alle nichtlinearen Finite-Element-Programme ist, daß die Probleme in inkrementell iterativer Weise gelöst werden, d.h., die Belastung wird in mehreren Schritten aufgebracht /16, 17/. Diese Verfahrensweise ist deshalb naheliegend, weil sich auch das Stoffgesetz für ela-

stisch-plastisches Materialverhalten am besten in inkrementeller Form formulieren läßt und weil bei genügend kleinen Inkrementen die Beziehungen zwischen Belastung und Verschiebung in guter Näherung linear sind. Das bedeutet, daß für jedes einzelne Inkrement die bekannten linearen Lösungsverfahren angewendet werden können. Um die Konvergenz des Lösungsalgorithmus sicherzustellen, wird zusätzlich mit iterativen Verfahren gearbeitet. Damit werden die Gleichgewichtsbedingungen stets im Rahmen bestimmter Konvergenzkriterien erfüllt.

Das hier eingesetzte Rechenprogramm ADINA basiert bei Problemen mit großen Verformungen auf einer "Updated-Lagrangian" kinematischen Formulierung. Zur Beschreibung von zeitunabhängigem, elastisch-plastischem Materialverhalten werden die Mises'sche Fließbedingung, die Prandtl-Reusz'schen Beziehungen als Fließgesetz sowie isotrope bzw. kinematische Verfestigungsgesetze verwendet.

Wegen der Axial-Symmetrie der untersuchten Probleme konnten für die Analysen zweidimensionale Kontinuumsэлеmente eingesetzt werden. Diese Elemente basieren auf einem isoparametrischen Verschiebungsansatz. Zur Bestimmung der Elementmatrizen wird numerisch über das Element integriert. Mit der Verwendung dieser Kontinuumsэлеmente wurde eine gegenüber Schälenelementen wesentlich feinere Beschreibung des konstitutiven Verhaltens speziell über die Schalendicke möglich. Dies erlaubt eine sehr genaue Auflösung des lokalen Festigkeitsverhaltens, was zur Bestimmung der Beanspruchungsspitzen notwendig ist. Außerdem kommt man ohne die in der Schälentheorie üblichen kinematischen Verformungsansätze aus, deren Gültigkeit bei großen plastischen Verformungen nicht ohne weiteres gesichert ist.

Ein großes Hindernis bei der Anwendung vieler nichtlinearer Programme ist, daß diese zur Zeit noch wenig benutzerfreundlich gestaltet sind. Aus diesem Grunde mußten etliche Maßnahmen ergriffen werden, um die Anwendung des Rechenprogrammes ADINA zu erleichtern. Hierzu zählt die Kopplung an interaktive Programmsysteme zur Netzgeneration /18/ bzw. zur Ergebnisdarstellung /19/. Außerdem mußten Programme entwickelt werden, die die Berechnung des Dehnungsfeldes aus dem ermittelten Verschiebungsfeld bei großen Verformun-

gen gestatten, weil die Dehnungen nicht in der für die Auswertung notwendigen Form von ADINA bereitgestellt werden.

Abb. 2.2 zeigt als Beispiel ein FEM-Modell für eine Zylinderschale. In der Nähe der Schaleneinspannung wurde besonders fein diskretisiert, um die bei plastischen Verformungen dort auftretenden Dehnungsspitzen zuverlässig bestimmen zu können.

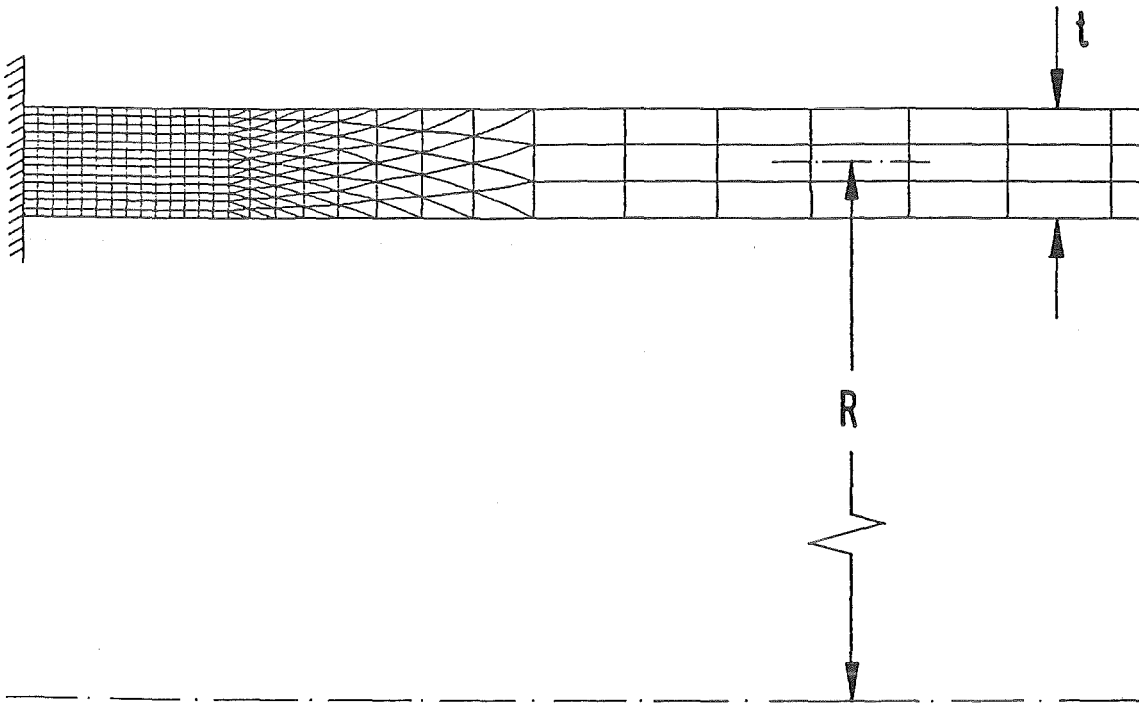


Abb. 2.2: FEM-Modell für Zylinderschale

### 3. Dehnungskonzentrationen an der festen Einspannung einer Zylinderschale

#### 3.1 Elastische Analyse

Die feste Einspannung einer Zylinderschale stellt einen Grenzfall für verschiedene reale Rand- bzw. Übergangsbedingungen an Diskontinuitätsstellen dar. Abb. 3.1 zeigt den Beanspruchungsverlauf (Mises'sche Vergleichsspannung) in einer fest eingespannten Zylinderschale unter Innendruckbelastung. Dabei sind die Ergebnisse einer geschlossenen Lösung nach Kap. 2 und die Ergebnisse einer entsprechenden FEM-Analyse gegenübergestellt.

Es zeigt sich, daß die FEM-Ergebnisse in der Nähe des Schalenrandes, wo entsprechend fein diskretisiert wurde, sehr gut mit der analytischen Lösung übereinstimmen. Die geringfügigen Abweichungen in den randfernen Bereichen dürften auf die dort gröbere Diskretisierung zurückzuführen sein. Für die Länge des gestörten Randbereiches erhält man nach (2.17) für diese spezielle Geometrie:  $X_A = 770 \text{ mm}$ , was mit den errechneten Kurven gut übereinstimmt. Der Beanspruchungsverlauf zeigt die Maxima, die an der Schaleinspannung auftreten. Diese sind eine Folge der Biegebeanspruchungen. Dagegen sind die Membranspannungen (Spannungen in der neutralen Faser) in Randnähe deutlich kleiner als im ungestörten Schalenbereich, weil die Einspannung das globale Beanspruchungsniveau in Randnähe reduziert.

Die Größe der Beanspruchungsüberhöhung an der Einspannung, d.h. das Verhältnis der maximalen Vergleichsdehnung  $\epsilon_{vmax}$  an der Einspannung zur Vergleichsdehnung im ungestörten Schalenbereich  $\epsilon_{vus}$ , hängt vom Verhältnis  $\alpha$  der Axialspannungen zu den Umfangsspannungen im ungestörten Schalenbereich ab. Hierfür erhält man nach aufwendiger Rechnung und unter Vernachlässigung von Termen, die nach /14/ bei dünnen Schalen von höherer Ordnung klein sind:

$$\frac{\epsilon_{vmax}}{\epsilon_{vus}} = \sqrt{\frac{[1+\nu^2-\nu]\left[\alpha + \text{sign}(1-\alpha\nu)\frac{1}{1-\nu^2}\sqrt{3(1-\nu^2)}(1-\alpha\nu)\right]^2}{1+\alpha^2-\alpha}} \quad (3.1)$$

$$\alpha > 0$$

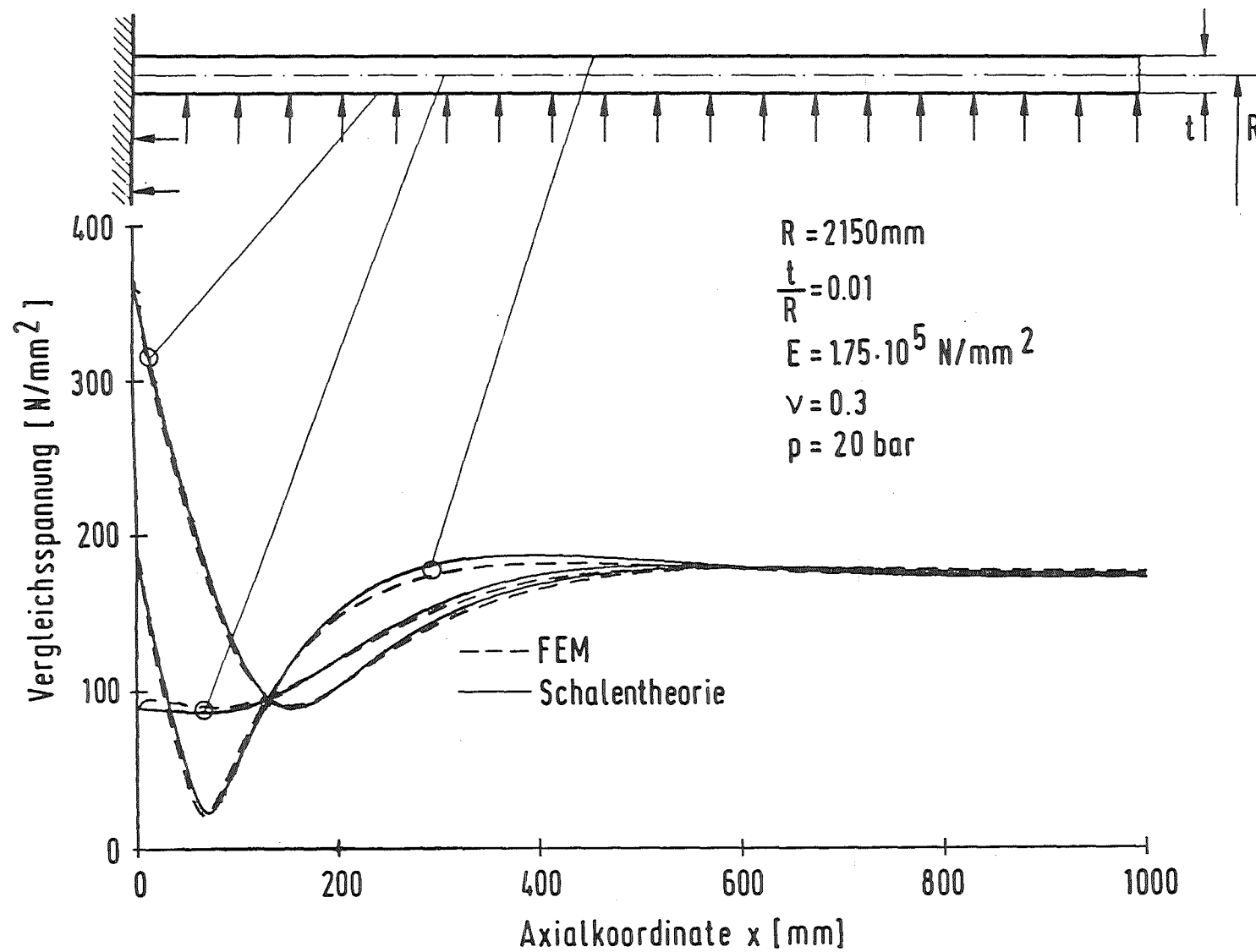


Abb. 3.1: Vergleichsspannungslauf in Zylinderschale unter Innendruckbelastung

Abb. 3.2 zeigt diesen Sachverhalt in graphischer Darstellung. Man erkennt, daß für den praktisch bedeutsamsten Fall einer durch Innendruck belasteten Schale mit  $\alpha' = 0.5$  die Beanspruchungsüberhöhung relativ groß ist. Wie man sieht, ist die Beanspruchungsüberhöhung für Werte von  $\alpha'$ , die größer als 2 sind, deutlich kleiner. Hier überwiegen die Axialspannungen im ungestörten Schalenbereich, so daß Biegeeffekte an der Einspannung weniger bestimmend für die Vergleichsspannungen sind, da sie nur mittelbar über die Querkontraktion Einfluß haben. Der Knick in dem gezeigten Verlauf ergibt sich, weil hier die höchst beanspruchte Stelle von der Innen- zur Außenseite der Schale wechselt.

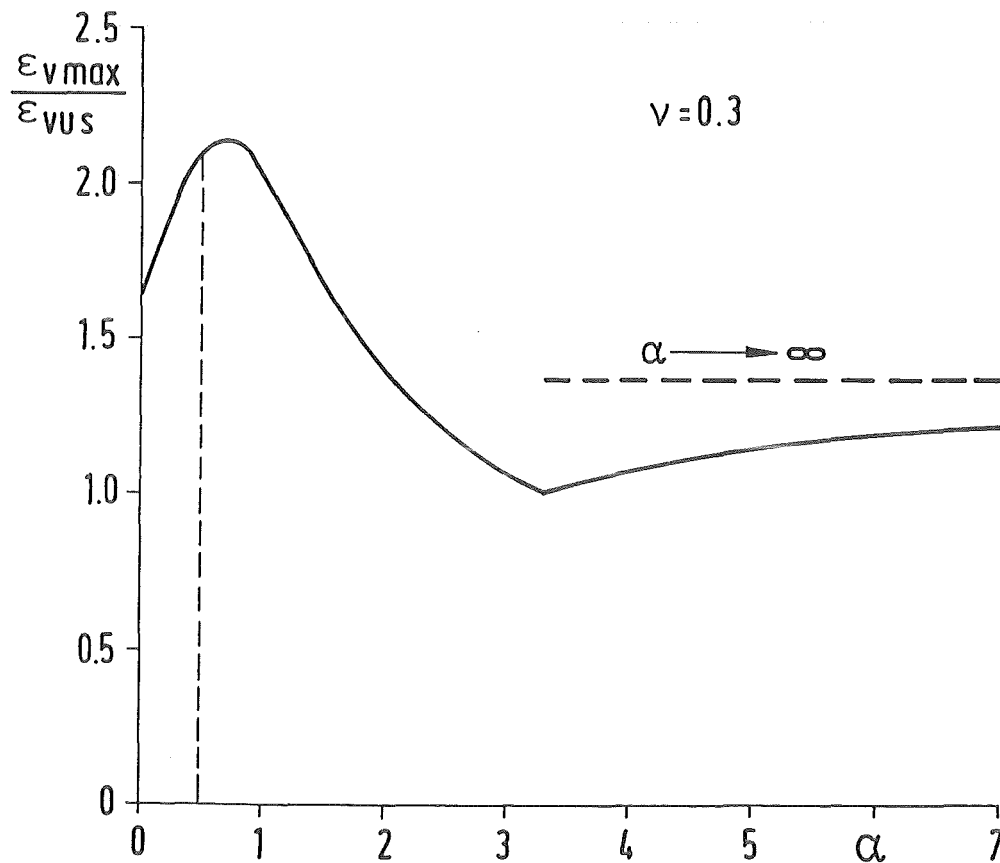


Abb. 3.2: Beanspruchungsüberhöhung an der Einspannung



Mit Hilfe des Beanspruchungsverlaufs nach Abb. 3.1 läßt sich bereits näherungsweise beurteilen, wie sich die Struktur bei Überlastung verhält. Erstmaliges Fließen erfolgt an der Schaleninnenseite direkt an der Einspannung. Bei weiterer Laststeigerung wird es dort auch auf der Außenseite zu plastischen Verformungen kommen. Beides beruht auf der hohen Biegebeanspruchung an der Schaleneinspannung. Bei weiterer Laststeigerung wird auch im ungestörten Schalenbereich die Fließgrenze erreicht werden. Dabei wird gleich der gesamte Querschnitt plastifizieren, da es sich hier primär um Membranbeanspruchungen handelt. Erst danach wird auch der gesamte Querschnitt an der Einspannstelle plastifizieren. Die Einspannung übernimmt nämlich im Nahbereich einen Teil der Membranbeanspruchungen in Umfangsrichtung.

Wegen dieser Zusammenhänge wird ein Versagen im ungestörten Schalenbereich auf plastische Instabilität, ein Versagen an der Einspannstelle auf zu hohe Dehnungskonzentrationen zurückzuführen sein.

### 3.2 Elastisch-plastische Analyse

#### Allgemeines

Bei den elastisch-plastischen Analysen mit ADINA wurde das Verhalten der Schale bis zu Belastungen untersucht, bei denen plastische Instabilität in den von Randeinflüssen ungestörten Membranspannungsbereichen auftritt. Da für die meisten Analysen eine relativ kurze Schale zugrunde gelegt wurde, liegt dieser Punkt bei recht hohen Belastungen, weil ein Teil der Membranspannungen durch die Einspannung übernommen wird. Damit ist es möglich, das Verhalten der Schalenränder unter hoher Belastung und insbesondere hohen Dehnungskonzentrationen zu untersuchen. Die Analysen erlauben eine Quantifizierung dieser Dehnungskonzentrationen.

Die Behandlung des klassischen Falles einer durch Innendruck beanspruchten Schale bereitet mit dem hier eingesetzten Programm beim Auftreten plastischer Verformungen gewisse Schwierigkeiten. Aus diesem Grund wurde statt der statischen Randbedingung für die Axialspannungen die kinematische Bedingung einer konstanten Zylinderlänge eingeführt. Die Lösung dieses leicht

modifizierten Problems lässt sich leichter realisieren. Beide Fälle unterscheiden sich nur geringfügig. Für große plastische Verformungen sind sie praktisch identisch.

Insbesondere wurde der Einfluß der Werkstoffverfestigung sowie der Schalen-geometrie auf die Größe der Dehnungskonzentrationen untersucht. Der Einfluß der Verfestigung wurde hierbei parametrisch durch Variation des Verhältnisses des Tangentenmoduls  $E_T$  zum Elastizitätsmodul  $E$  im Spannungs-Dehnungs-Diagramm (wahre Spannung über logarithmischer Dehnung) analysiert (s. Abb. 3.3). Zur Untersuchung des Geometrieinflusses wurden Analysen mit unterschiedlichem Verhältnis von Schalenlänge bzw. Schalendicke zum Schalenradius durchgeführt.

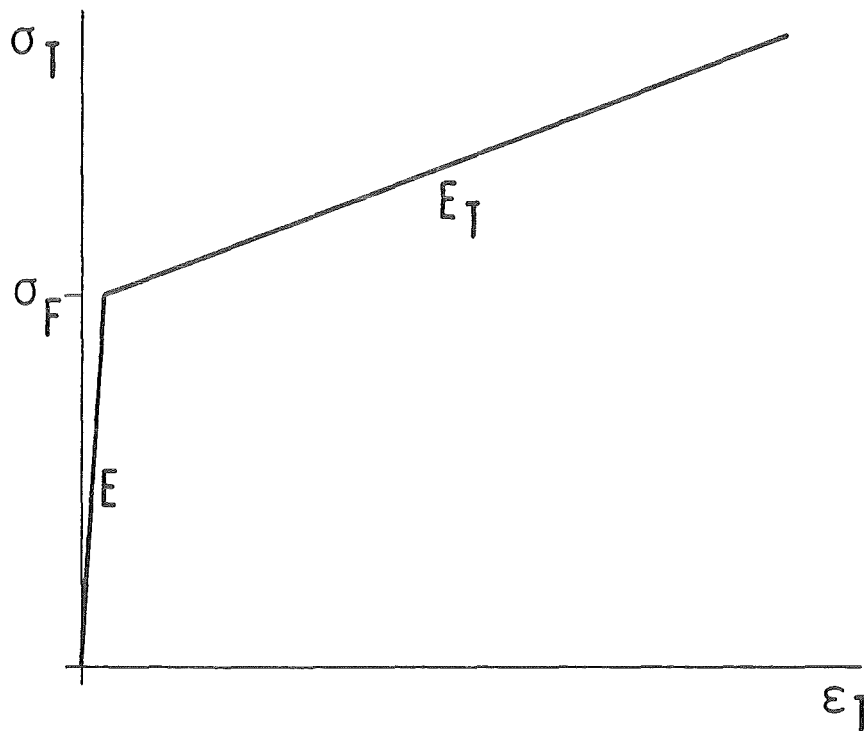


Abb. 3.3: Beschreibung der Werkstoffverfestigung mit Hilfe des Tangentenmoduls im Spannungs-Dehnungs-Diagramm

Abb. 3.4 zeigt für einen Fall die plastisch verformten Bereiche mit zunehmender Belastung. Diese besitzen zunächst ausgeprägt lokalen Charakter, d.h., ihre axiale Erstreckung liegt in der Größenordnung der Schalendicke.

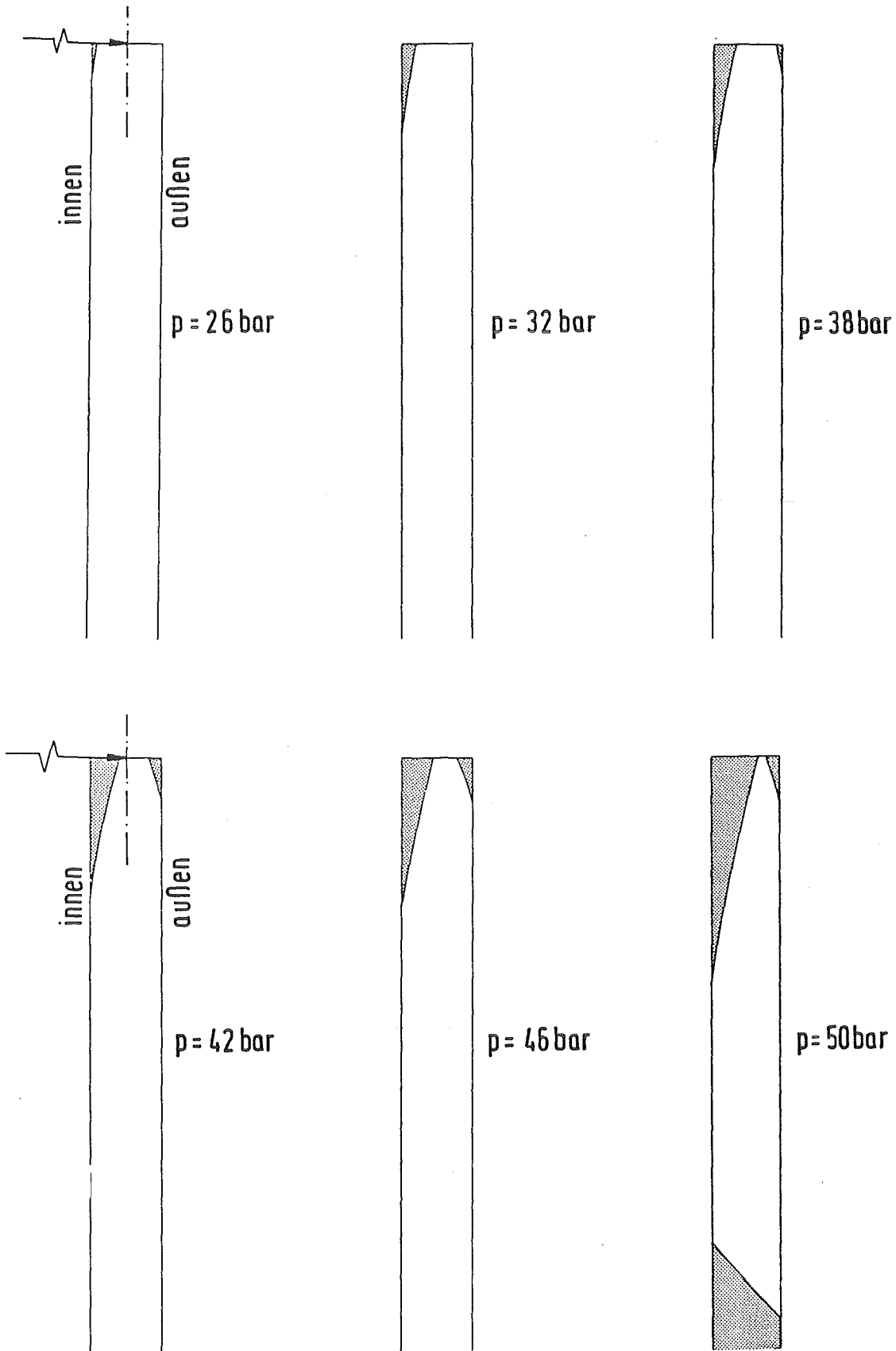


Abb. 3.4: Plastisch verformte Bereiche an der Einspannung

Selbst bei Erreichen der Fließgrenze im ungestörten Schalenbereich ist die Schale an der Einspannung noch nicht vollständig durchplastifiziert. Da sich somit noch kein Fließgelenk gebildet hat, müssen die Dehnungsspitzen in diesem Bereich in derselben Größenordnung liegen wie die Dehnungen in den umgebenden elastischen Bereichen. Dieses Verhalten wird manchmal mit dem Begriff "constraint plasticity" bezeichnet.

Nach globalem Überschreiten der Fließgrenze in der Schale kommt es zu großen plastischen Verformungen. Deren Größe hängt im wesentlichen von den Verfestigungseigenschaften des Werkstoffes ab. Diese globalen Verformungen bestimmen jetzt in erster Linie die Größe der Dehnungen am Rand.

Man muß deshalb hinsichtlich des Umfangs der auftretenden plastischen Verformungen zwei Bereiche unterscheiden.

Lastbereich I:   globale Beanspruchung elastisch  
                  lokale plastische Verformungen an der Einspannung

Lastbereich II:  globale plastische Verformungen

Im Lastbereich I sind die Dehnungen noch gering, sie liegen in der Größenordnung der elastischen Dehnungen. Im Lastbereich II dagegen können Dehnungen im Prozentbereich auftreten.

Zur Beschreibung des Konzentrationseffektes ist es sinnvoll, eine dimensionslose Kennzahl  $K_{\varepsilon}$  einzuführen, die das Verhältnis der Dehnungsspitze am Rand  $\varepsilon_{vmax}$  zu den Dehnungen im ungestörten Schalenbereich in der Schalenmitte  $\varepsilon_{vus}$  beschreibt.

$$K_{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{vmax}}{\varepsilon_{vus}} \quad (3.2)$$

### Der Einfluß der Werkstoffverfestigung

Unter Verwendung der elastisch-plastischen Analysen wurde in Abb. 3.5 die maximale Vergleichsdehnung (2. Invariante des Green-Lagrange'schen Verzerrungstensors) an der Einspannung in Abhängigkeit von der Belastung für unterschiedliche Werkstoffverfestigungen dargestellt.

$$\varepsilon_v = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{1}{6} \left[ (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{zz})^2 + (\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{zz})^2 \right] + \varepsilon_{yz}^2} \quad (3.3)$$

Offensichtlich hat die Werkstoffverfestigung erst im Lastbereich II dominanten Einfluß auf die maximalen Dehnungen, d.h. diese hängen nur schwach von den Materialeigenschaften ab, solange nur lokale plastische Verformungen auftreten.

Zur Beschreibung des Konzentrationseffektes im Lastbereich I ist es sinnvoll, die berechnete Dehnung mit der fiktiven Dehnung zu vergleichen, die sich bei einer elastischen Verformung derselben Größe ergibt und eine dimensionslose Kennzahl  $C_I$  zu definieren. Sie gibt an, um welchen Faktor die maximalen Dehnungen bei elastisch-plastischem Materialverhalten  $\varepsilon_{VEPmax}$  größer sind als die Dehnungen bei einer rein elastischen Verformung derselben Größe  $\varepsilon_{VEmax}$ .

$$C_I = \frac{\varepsilon_{VEPmax}}{\varepsilon_{VEmax}} \quad (3.4)$$

Abb. 3.6 zeigt diesen Konzentrationsfaktor als Funktion einer dimensionslosen Belastung für stark unterschiedliche Verfestigungen. Die Belastung wurde hierbei durch Bezug auf den Druck  $p_F$ , bei dem erstmalig plastisches Fließen auftritt, dimensionslos gemacht. Die maximale Dehnungskonzentration im Lastbereich I, die direkt vor Beginn globaler plastischer Verformung auftritt, läßt sich durch die empirische Beziehung

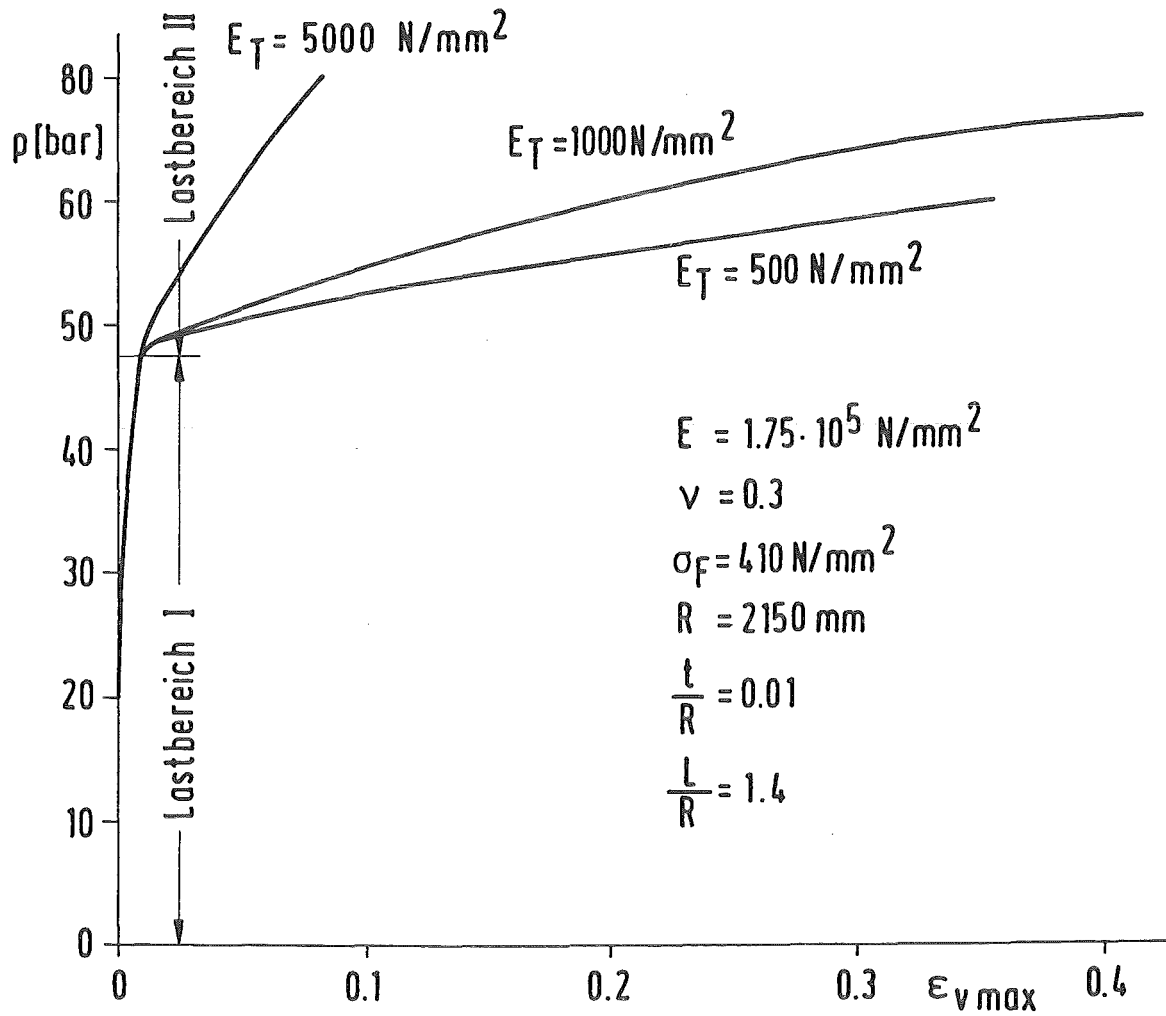


Abb. 3.5: Maximale Vergleichsdehnung an der Einspannung bei unterschiedlicher Werkstoffverfestigung

$$C_I = 2.2 - 1.2 \left( \frac{E_T}{E} \right)^{0.33} \quad (3.5)$$

darstellen.

Diese Beziehung zeigt den nichtlinearen Einfluß der Verfestigung. D.h., je geringer die Verfestigung  $E_T$  ist, desto größer ist die Kennzahl  $C_I$  für die Dehnungskonzentrationen.

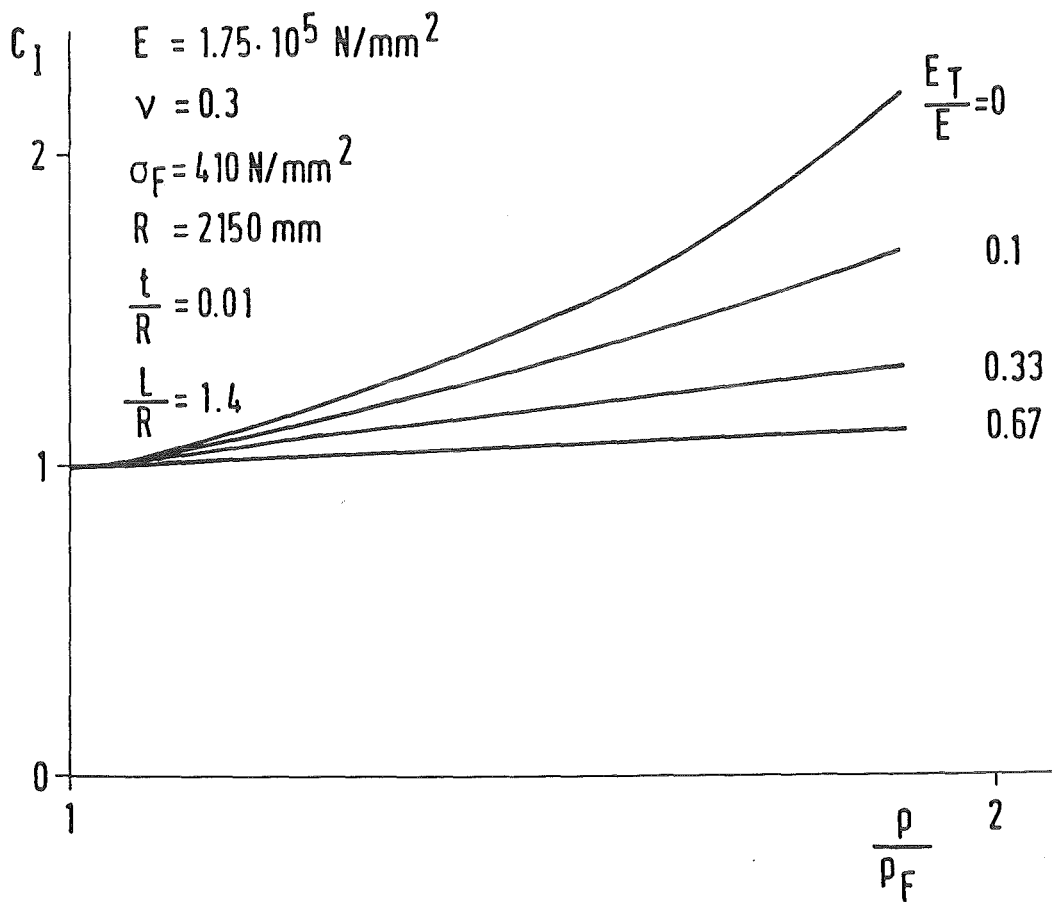


Abb. 3.6: Dehnungskonzentration im Lastbereich I

Es ist allerdings nicht gelungen, einen qualitativen Zusammenhang dieser Art aus einfachen Modellüberlegungen abzuleiten. Die Schwierigkeiten liegen dabei darin, daß ein zweidimensionaler Spannungszustand vorliegt und elastische und plastische Dehnungsanteile in derselben Größenordnung liegen.

Aus diesem Grunde sind die konstitutiven Beziehungen relativ kompliziert und einfache Modelle, die z.B. auf der Vernachlässigung der elastischen Dehnungsanteile beruhen, sind nicht anwendbar. Ergebnisse lassen sich deshalb nur unter Verwendung numerischer Verfahren wie der hier eingesetzten FEM-Methode gewinnen.

Die dimensionslose Darstellung in Abb. 3.7 zeigt für verschieden verfestigende Werkstoffe die Kennzahl  $K_{\varepsilon}$  über den gesamten Lastbereich. Hier zeigt sich, daß der Konzentrationsfaktor  $K_{\varepsilon}$  nach globalem Überschreiten der Fließgrenze zunächst abnimmt. Dies kommt daher, daß beim Beginn globaler plastischer Verformungen die Dehnung in der Schalenmitte  $\varepsilon_{vUs}$  zunächst stärker zunimmt als die Dehnungsspitze am Rand  $\varepsilon_{vmax}$ . Selbst für die hier untersuchte, relativ kurze Schale wird dann bei Laststeigerung kaum wieder das Maximum des Lastbereiches I erreicht. Bezüglich der Werkstoffverfestigung zeigt Abb. 3.7, daß diese im Lastbereich II einen stärkeren Einfluß auf den Konzentrationsfaktor hat als im Lastbereich I.

Generell zeigt dieses Ergebnis, daß bei der fest eingespannten Schale keine starken Konzentrationseffekte auftreten. Selbst bei großen plastischen Verformungen liegt der Konzentrationsfaktor  $K_{\varepsilon}$  immer in derselben Größenordnung wie im elastischen Lastbereich. Dies ist eine Folge der Stützwirkung der Einspannung. Diese reduziert das Beanspruchungsniveau so stark, daß die Dehnungsspitzen als Folge der Biegeverformung an dieser Stelle nicht nennenswert größer als die Membrandehnungen in den randfernen Bereichen sind.

Dieses Verhalten steht im Gegensatz zu vergleichbaren Problemen in Balkenstrukturen. Dort wurden an Einspannstellen erheblich größere Konzentrationsfaktoren ermittelt /6/. Der Unterschied erklärt sich mit der verschiedenartigen Funktion der Biegespannungen bei beiden Problemen. Bei den Balkenstrukturen wird nämlich die Belastung allein durch die Biegespannungen abgetragen. Bei statisch bestimmten Systemen, die man bei Balkenstrukturen häufig findet, läßt sich die Größe des Biegemoments direkt aus den Gleichgewichtsbeziehungen bestimmen. D.h., dessen Größe hängt nur von der Belastung ab und ist vom Werkstoffverhalten unabhängig. Ein geringfügiges Über-



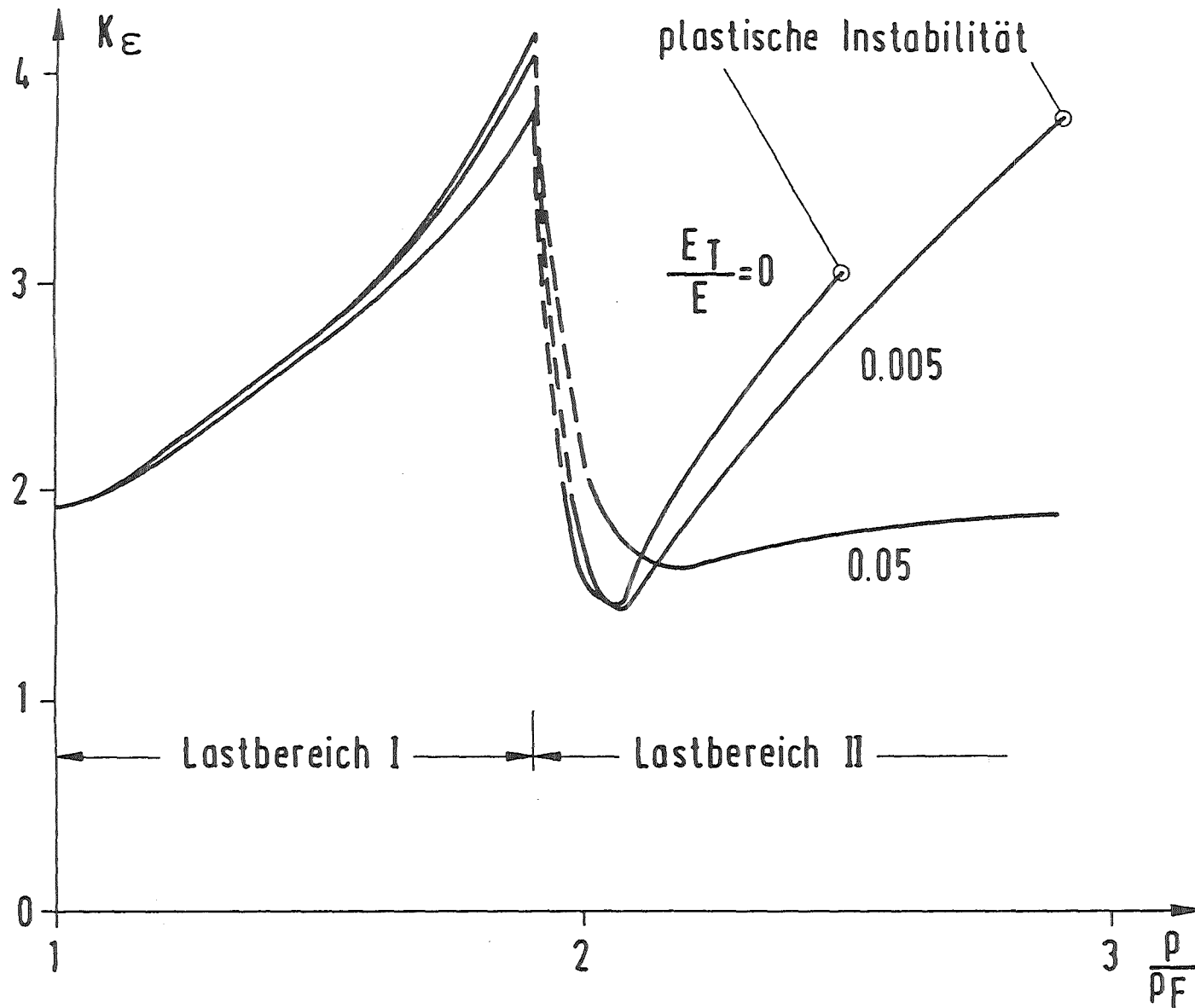


Abb. 3.7: Dehnungskonzentration an der Einspannung bei unterschiedlicher Werkstoffverfestigung

schreiten der Fließgrenze in einzelnen Bereichen führt deshalb schon zu großen Dehnungen.

Bei dem hier untersuchten Schalenproblem erfüllen die Biegespannungen eine andere Funktion. Sie ergeben sich in erster Linie aus Kompatibilitätsbedingungen. In den Gleichgewichtsbeziehungen spielen sie dagegen kaum eine Rolle. Ein geringfügiges Überschreiten der Fließgrenze hat deshalb keinen starken Einfluß auf die Tragfähigkeit der Struktur.

Näherungsmodell zur Konzentration plastischer Dehnungen an der Schaleneinspannung für den Lastbereich II (globale plastische Verformungen)

Im Gegensatz zum Lastbereich I läßt sich hier ein einfaches Modell entwickeln, mit dessen Hilfe sich wesentliche Beziehungen darstellen lassen. Im folgenden wird ein Zusammenhang zwischen der Werkstoffverfestigung und der Größe der Dehnungen an der Einspannung abgeleitet. Dabei werden zum Teil einschneidende Näherungen und Vereinfachungen gemacht, um eine übersichtliche Lösung zu erzielen. Ein Vergleich mit den Ergebnissen der FEM-Analysen zeigt jedoch, daß dies vertretbar ist und die Zusammenhänge in zufriedenstellender Weise beschrieben werden.

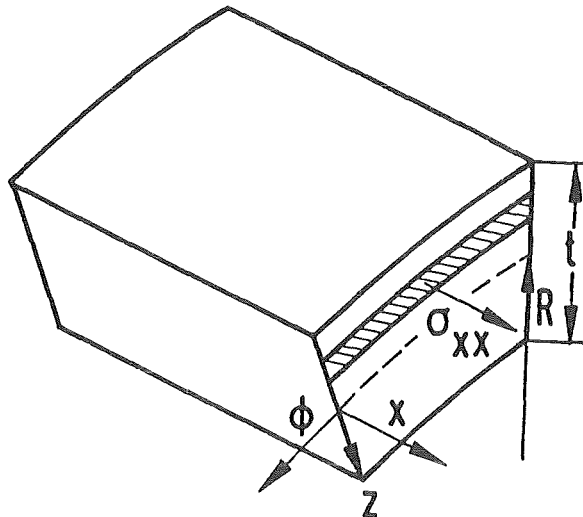


Abb. 3.8: Zylinderschalenelement

An einer Zylinderschaleneinspannung (s. Abb. 3.8) hat man sowohl einen zweidimensionalen Spannungs- als auch einen zweidimensionalen Dehnungszustand. Im Rahmen der Schalentheorie wird nämlich die Schalennormalspannung  $\sigma_{zz}$  vernachlässigt, und an der Einspannung sind keine Umfangsdehnungen  $\epsilon_{\phi\phi}$  möglich:

$$\sigma_{zz} = 0 \quad (3.6)$$

$$\epsilon_{\phi\phi} = 0 \quad (3.7)$$

Weiterhin wird angenommen, daß die elastischen Dehnungsanteile klein sind gegenüber den plastischen und deshalb vernachlässigt werden können. Dann ist das Volumen in guter Näherung konstant und es gilt:

$$\epsilon_{zz} = -\epsilon_{xx} \quad (3.8)$$

Als konstitutives Modell wird das Hencky'sche Werkstoffgesetz verwendet /20/. Hiermit ergeben sich direkte Beziehungen zwischen Spannungen und Dehnungen. Für die plastische Dehnung  $\epsilon_{\phi\phi}$  ergibt sich:

$$\epsilon_{\phi\phi} = \frac{1}{\gamma} \left( \sigma_{\phi\phi} - \frac{1}{2} (\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) \right) \quad (3.9)$$

Hierbei ist  $\gamma$  der Plastizitätsmodul. Man erhält  $\gamma$  direkt aus der im Zugversuch ermittelten Abhängigkeit der Vergleichsspannung  $\sigma_v$  von der Vergleichsdehnung  $\epsilon_v$ :

$$\gamma = \frac{\sigma_v}{\epsilon_v} \quad (3.10)$$

Mit (3.6) und (3.7) folgt aus (3.9)

$$\sigma_{xx} = 2\sigma_{\phi\phi} \quad (3.11)$$

Hiermit zeigt sich, daß bei großen plastischen Dehnungen die Axialspannungen an der Einspannung doppelt so groß wie die Umfangsspannungen sind. Dies folgt direkt aus den Randbedingungen und dem Werkstoffverhalten. Die Belastung hat hierauf keinen Einfluß. Für die Vergleichsspannung  $\sigma_v$  gilt:

$$\sigma_v = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{\phi\phi})^2 + \sigma_{\phi\phi}^2 + \sigma_{xx}^2} \quad (3.12)$$

Mit  $\sigma_{\phi\phi} = \frac{1}{2} \sigma_{xx}$  ergibt sich:

$$\sigma_v = \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_{xx}$$

Für die Vergleichsdehnung  $\varepsilon_v$  gilt:

$$\varepsilon_v = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{zz}^2 + (\varepsilon_{zz} - \varepsilon_{xx})^2} \quad (3.13)$$

Mit  $\varepsilon_{zz} = -\varepsilon_{xx}$  ergibt sich:

$$\varepsilon_v = \frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_{xx}$$

Für die Werkstoffverfestigung wird der folgende lineare Ansatz gemacht:

$$\sigma_v = \sigma_F + E_T \varepsilon_v \quad (3.14)$$

Hierbei ist  $\sigma_F$  die Fließspannung und  $E_T$  der Tangentenmodul. Dabei wird vorausgesetzt, daß  $\sigma_V > \sigma_F$  gilt.

Einsetzen von (3.12) und (3.13) in (3.14) liefert:

$$\sigma_{xx} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_F + \frac{4}{3} E_T \varepsilon_{xx} \quad (3.15)$$

Damit ist ein einfacher Zusammenhang zwischen der Axialspannung und der Axialdehnung am Schalenrand gewonnen. Andere unbekannte Größen treten hierbei nicht auf. Weiterhin wird angenommen, daß die Spannungsverteilung bezüglich der Schalenmittelfläche punktsymmetrisch ist, d.h., daß die Beanspruchung aus den Membranspannungen gegenüber der Biegebeanspruchung vernachlässigbar ist. Diese Voraussetzung ist für den Spannungszustand an der Einspannung näherungsweise erfüllt. Dann ergibt sich für das Biegemoment  $M_x$  (s. Abb. 3.8) unter der Voraussetzung  $\sigma_V > \sigma_F$

$$\begin{aligned} M_x &= 2 \int_0^{\frac{t}{2}} \sigma_{xx} z dz \\ &= 2 \int_0^{\frac{t}{2}} \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_F + \frac{4}{3} E_T \varepsilon_{xx} \right) z dz \end{aligned} \quad (3.16)$$

Für die Dehnung  $\varepsilon_{xx}$  gilt im Rahmen der Schalentheorie

$$\varepsilon_{xx} = z w'' \quad (3.17)$$

Damit erhält man für das Biegemoment  $M_x$

$$M_x = \frac{1}{2\sqrt{3}} \sigma_F t^2 + \frac{1}{9} E_T w'' t^3 \quad (3.18)$$

Für die Krümmung  $w''$  ergibt sich

$$w'' = \frac{9}{E_T t^3} \left( M_x - \frac{1}{2\sqrt{3}} \sigma_F t^2 \right) \quad (3.19)$$

Daraus folgt die Axialdehnung an der Schalenoberfläche  $\varepsilon_{xxmax}$

$$\varepsilon_{xxmax} = \frac{9}{2 E_T t^2} \left( M_x - \frac{1}{2\sqrt{3}} \sigma_F t^2 \right) \quad (3.20)$$

Nimmt man an, daß die Größe von  $M_x$  am Rand in erster Näherung zur Belastung proportional ist und nicht von der Verformung abhängt, so folgt daraus:

$$\varepsilon_{xxmax} \sim \frac{1}{E_T} \quad (3.21)$$

Dieses Ergebnis besagt, daß die Größe der Dehnungsspitzen an der Einspannung bei gleicher globaler Belastung umgekehrt proportional zur Werkstoffverfestigung ist. Trotz der zum Teil stark vereinfachenden Annahmen wird der oben hergeleitete Zusammenhang durch die FEM-Analysen bestätigt. Trägt man die in Abb. 3.5 angegebenen Dehnungen für einen Druck im Lastbereich II über dem Kehrwert des Tangentenmoduls auf, so ergibt sich ein nahezu linearer Zusammenhang. Abb. 3.9 zeigt dies für einen Druck von 60 bar.

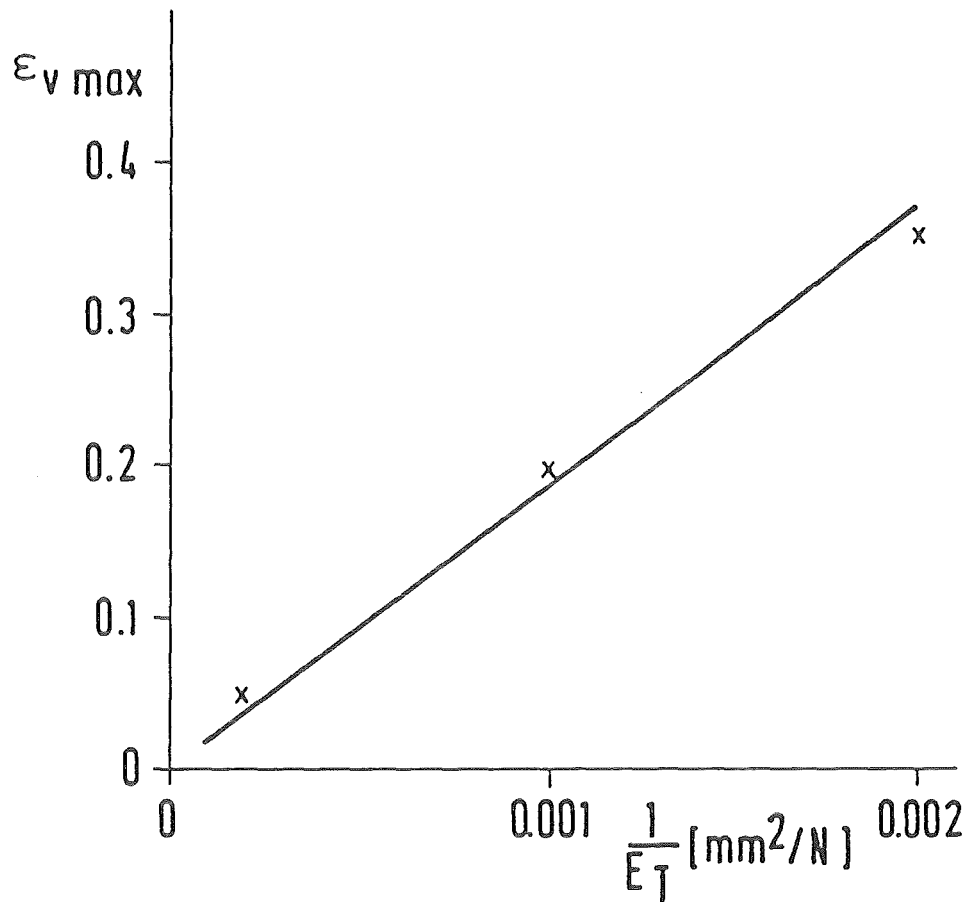


Abb. 3.9: Dehnungsspitze an der Einspannung in Abhängigkeit von der Werkstoffverfestigung ( $p = 60 \text{ bar}$ )

Für die globalen Verformungen ist diese proportionale Abhängigkeit von der Belastung trivial. Dies bedeutet aber, daß die Dehnungen an der Einspannung mit steigender Belastung etwa im selben Maß zunehmen wie die Dehnungen im ungestörten Schalenbereich. Abb. 3.7 bestätigt dies. Die Größe der Dehnungen an der Einspannung, relativ zu den Dehnungen in der Mitte, variiert zwar mit der Belastung, trotzdem liegen beide immer in derselben Größenordnung. Drastische Dehnungskonzentrationen treten nicht auf.

### Einfluß der Geometrie

Wie in Kap. 2 gezeigt wurde, ist im elastischen Beanspruchungsbereich die Beanspruchungsüberhöhung am Schalenrand von der Geometrie unabhängig. D.h., weder das Verhältnis Schalendicke zu Schalenradius noch das Verhältnis Länge zu Radius beeinflussen die Beanspruchungsspitze, allerdings unter der Voraussetzung, daß die Schale so lang ist, daß sich die Randzonen nicht gegenseitig stören. Kommt es zu plastischen Verformungen, so gewinnen diese Geometrieparameter Einfluß auf die Größe der Dehnungsspitzen am Rand.

Hinsichtlich des Einflusses der Schalenlänge ist festzustellen, daß bei relativ kurzen Schalen die Dehnungsspitzen am Rand stärker ausgeprägt sind als bei langen, wenn die Dehnungen in der Mitte gleich groß sind. Dies liegt daran, daß die Verformungsdifferenz durch die Zwängung am Rand über kleinere axiale Wege abgebaut werden muß, was zu größeren Biegedehnungen führt. Abb. 3.10 zeigt den Konzentrationsfaktor  $K_{\epsilon}$  an der Einspannung für Schalen unterschiedlicher Geometrie. Man erkennt, daß bei langen Schalen im Lastbereich II die Dehnungskonzentrationen kaum wieder die Größe wie im Lastbereich I erreichen. Die Gefahr kritischer Dehnungskonzentrationen besteht praktisch nur für sehr kurze Schalen, bei denen die Instabilitätslast hoch ist und den Rändern große Verformungsdifferenzen aufgeprägt werden.

Hinsichtlich des Verhältnisses Schalendicke zu Schalenradius ergibt der Vergleich zweier verschiedener Analysen, daß dieser Parameter keinen nennenswerten Einfluß auf die Dehnungskonzentrationen am Rand hat. Nach Abb. 3.10 ergeben sich bis zum 1,5 fachen der Fließbelastung kaum unterschiedliche Dehnungskonzentrationen. Bei größerer Belastung sind die Dehnungskonzentrationen bei der dickeren Schale zunächst geringer. Nach globalem Überschreiten der Fließgrenze sind nur geringfügig unterschiedliche Dehnungskonzentrationen zu erwarten.

### 3.3 Bedeutung der Dehnungskonzentrationen für das Festigkeitsverhalten

Mit Hilfe der ermittelten Dehnungsverteilung an der festen Zylinderschaleneinspannung lassen sich einige generelle Aussagen bezüglich des zu erwar-



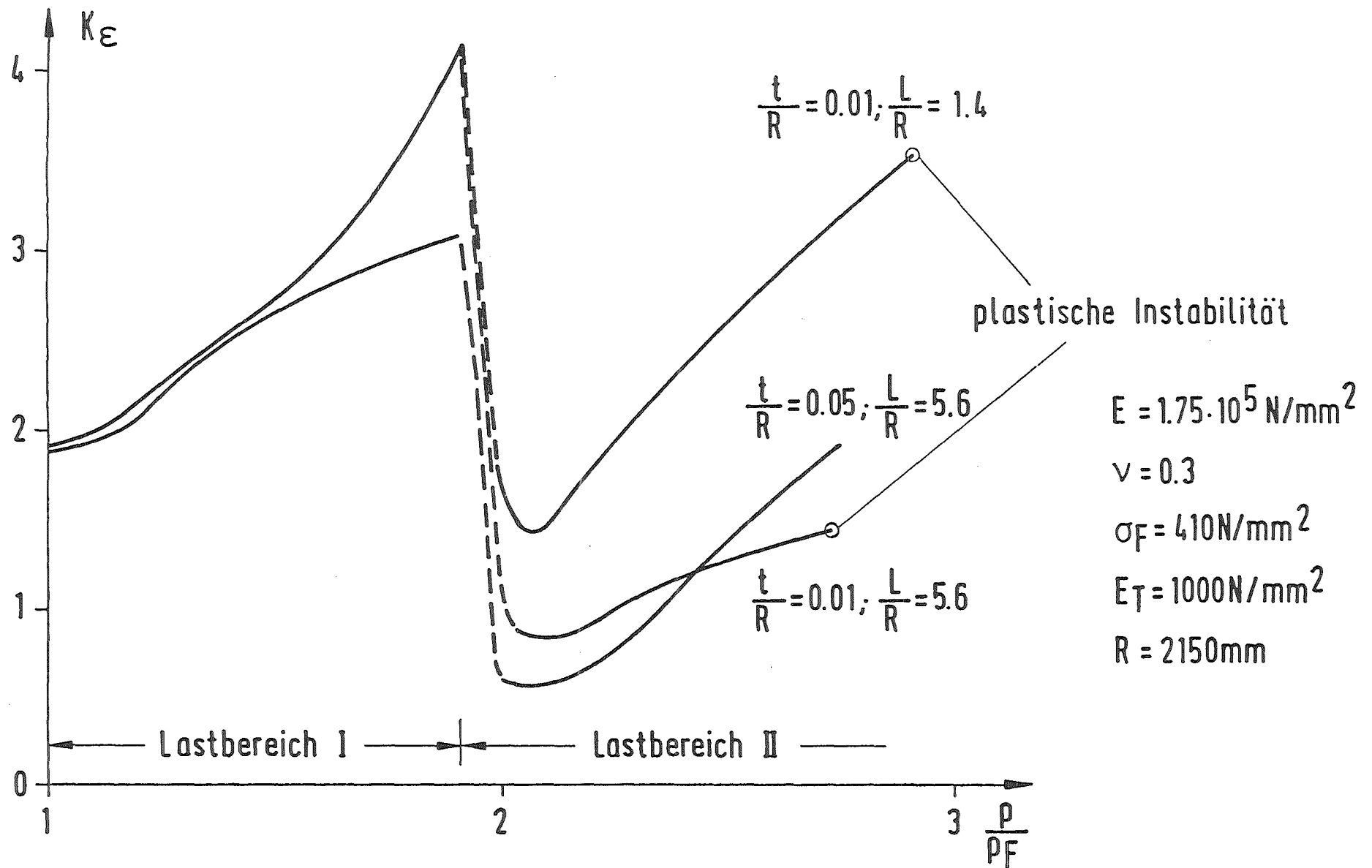


Abb. 3.10: Dehnungskonzentration an der Einspannung bei unterschiedlicher Geometrie

tenden Einflusses auf das Festigkeitsverhalten machen.

Betrachtet man das Verhalten unter Überlast, so ergibt sich, daß über dem gesamten Lastbereich die Dehnungsspitzen an der Einspannung in derselben Größenordnung wie die Dehnungen im ungestörten Schalenbereich liegen.

Drastische Dehnungskonzentrationen treten nicht auf. Solange die Schale global unter elastischer Beanspruchung steht, sind nach den hier aufgeführten Untersuchungen für realistische Geometrieparameter an der Einspannung höchstens Dehnungsspitzen zu erwarten, die den 4-fachen Wert der Dehnungen im ungestörten Schalenbereich erreichen. Dieser Wert wird erreicht, wenn global die Fließgrenze überschritten wird.

Nach globalem Überschreiten der Fließgrenze sind die Dehnungskonzentrationen zunächst geringer, sie nehmen mit steigender Belastung aber wieder zu. Es zeigt sich aber, daß selbst bei relativ kurzen Schalen der Dehnungskonzentrationsfaktor an der Einspannung kaum wieder den Wert 4 erreicht. Dieser Wert kann damit als oberer Grenzwert an der festen Einspannung bei üblichen Schalengeometrien angesehen werden.

Wegen der hohen Duktilität üblicher Werkstoffe ist deshalb - fehlerfreier Werkstoffzustand vorausgesetzt - nicht zu erwarten, daß diese Beanspruchungsspitzen versagensrelevant sind. Versagen wird vielmehr durch plastische Instabilität im ungestörten Schalenbereich erfolgen. Sollten jedoch Risse von entsprechender Größe in Randnähe vorhanden sein, so muß eine Beurteilung des Bauteilverhaltens auf der Basis des hier ermittelten Spannungs- und Dehnungszustandes in Randnähe erfolgen.



Ähnliche Probleme wie bei der Beanspruchung der Flansch-Einspannung treten bei Zylinderschalen immer dort auf, wo ein Biegemoment durch äußere Lasten aufgeprägt wird. Dies ist z.B. im Übergangsbereich zweier Zylinderschalen unterschiedlichen Durchmessers der Fall.

#### 4.2 Elastische Analyse

##### FEM-Modell

Abb. 4.2 zeigt das für die Struktur erstellte FEM-Modell. Im Übergangsbereich von der Schale zum Flansch wurde wegen der erwarteten hohen Spannungsgradienten besonders fein diskretisiert.

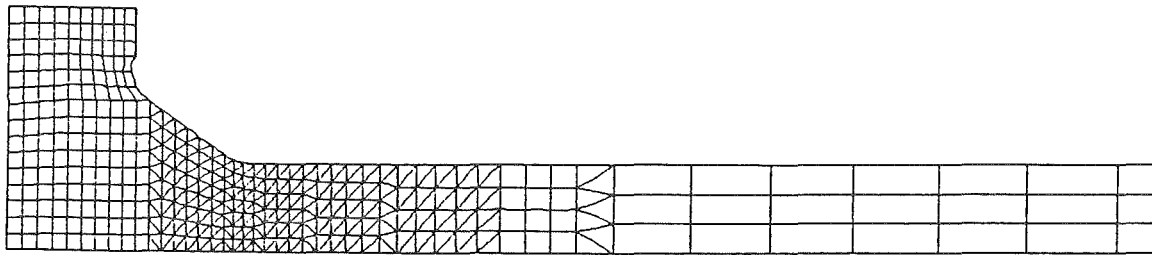


Abb. 4.2: FEM-Modell der Flanscheinspannung

##### Stufenkörpermodell

Zur Analyse der Flanscheinspannung wurde neben den FEM-Modellen ein Stufenkörpermodell entwickelt.

Bei dem Stufenkörpermodell teilt man die Struktur in Bereiche auf, für die geschlossene Lösungen bekannt sind und fordert, daß an den Schnittstellen der Teilstrukturen die Gleichgewichts- und Kompatibilitätsbedingungen in gewissem Umfang erfüllt werden. Die Erfahrung zeigt, daß mitunter relativ einfache Modelle bereits brauchbare Ergebnisse liefern.

Das für das gegebene Problem erstellte Stufenkörpermodell besteht aus einem Stülpring für den Flansch und einem Modell für die Zylinderschale. Das Stülpmmodell für den Flansch ist ähnlich wie in /21/ aufgebaut. Die Zylinderschale wird mit Hilfe der Flügge'schen Theorie nach Kap. 2 beschrieben. Es wird angenommen, daß der Flansch radial unverschieblich ist und damit um einen festen Lagerpunkt stülpt.

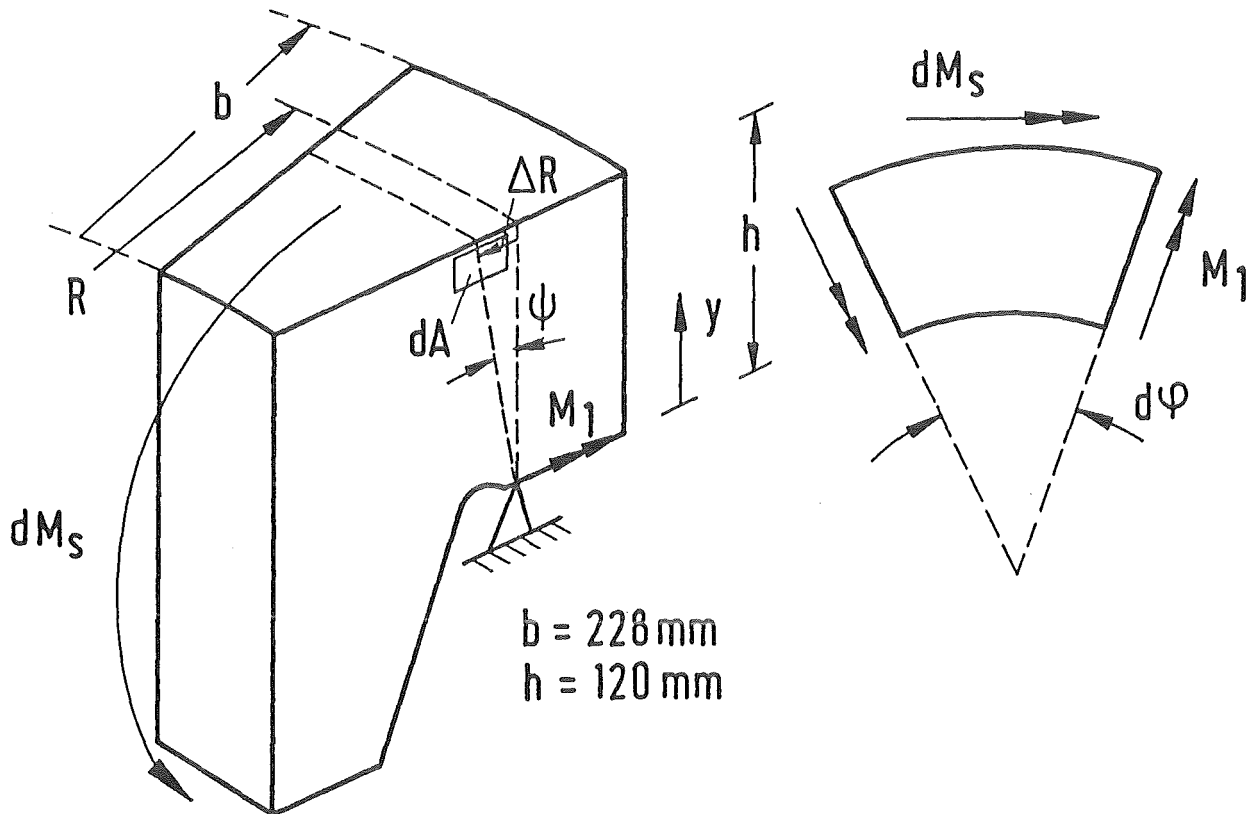


Abb. 4.3: Flanschmodell

Abb. 4.3 zeigt das Flanschmodell. Es beruht auf der Annahme, daß sich der Flanschquerschnitt starr um den Lagerpunkt dreht. Die Umfangsdehnung  $\varepsilon_u$  im Flansch ist somit zum axialen Abstand  $y$  einer Ringfaser vom Lager proportional. Für die Umfangsdehnung  $\varepsilon_u$  einer Ringfaser erhält man:

$$\varepsilon_u = \frac{\Delta R}{R} = \frac{y}{R} \psi \quad (4.1)$$

Die einzigen relevanten Spannungen im Flansch sind die Umfangsspannungen  $\sigma_u$  die aus dem Hooke'schen Gesetz folgen:

$$\sigma_u = E \varepsilon_u \quad (4.2)$$

In einem Radialschnitt des Ringes erzeugen diese Umfangsspannungen das resultierende Schnittmoment  $M_1$ :

$$\begin{aligned} M_1 &= \int_A \sigma_u y dA \\ &= E \psi \int_A \frac{y^2}{R} dA = EI \psi \end{aligned} \quad (4.3)$$

Hierbei stellt  $I = \int_A \frac{y^2}{R} dA$  ein die Geometrie des Flansches kennzeichnendes Flächenmoment dar.

Das Momentengleichgewicht an einem infinitesimalen Ringelement liefert jetzt die gesuchte Beziehung zwischen dem Stülpmoment  $M_S$  auf den Flansch und dem Stülpwinkel  $\psi$ .

$$\begin{aligned} dM_S &= M_1 d\psi \\ M_S &= 2\pi EI \psi \end{aligned} \quad (4.4)$$

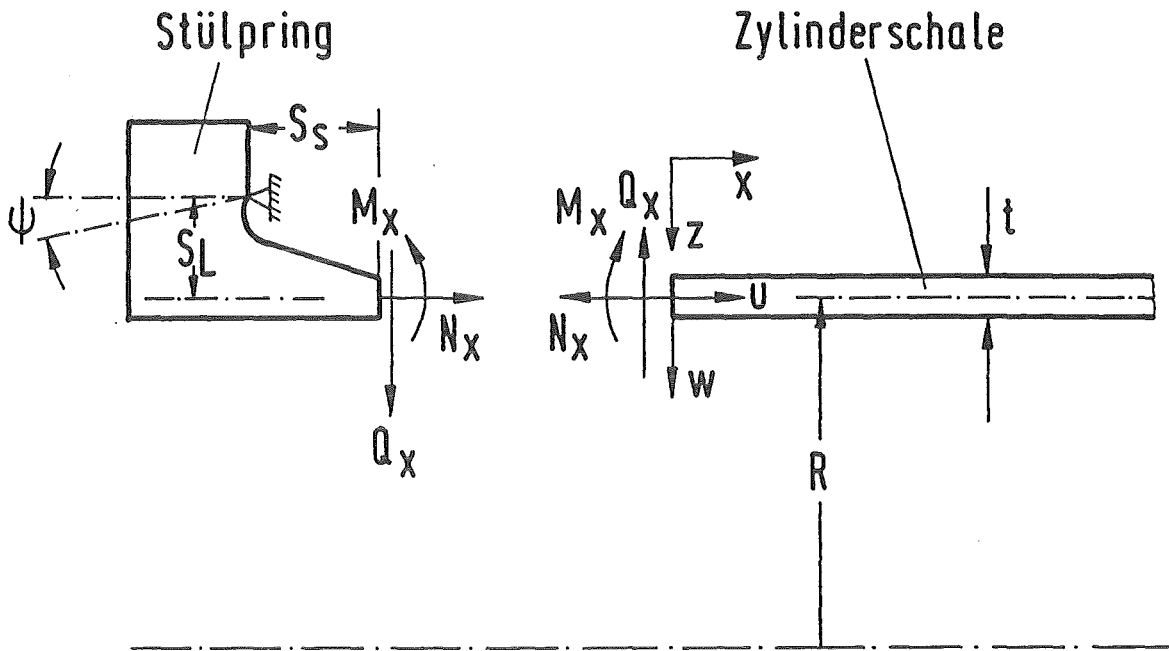


Abb. 4.4: Stufenkörpermodell

Abb. 4.4 zeigt das Gesamtmodell aus Ring und Schale mit Verschiebungs- und Kraftgrößen. Die Verformung der Schale wird durch die Verformung der Schalenmittelfläche in der  $x$ - $z$ -Ebene beschrieben. Es wird gefordert, daß die Verschiebung der Schalenmittelfläche an der Schnittstelle zum Flansch mit der entsprechenden Verschiebung des Flansches übereinstimmt. Dasselbe wird gefordert für die Neigung der Schalenmittelfläche und die Flanschdrehung. Somit lauten die Verträglichkeitsbedingungen für die dimensionslosen Verschiebungsgrößen am Schalenrand:

$$u = \frac{S_L}{R} \psi \quad (4.5)$$

$$w = -\frac{S_S}{R} \psi \quad (4.6)$$

$$w' = -\psi \quad (4.7)$$

Eine entsprechende Bedingung liefert das Kräftegleichgewicht an der Schnittstelle:

$$M_S = 2\pi R(N_X s_L + M_X - Q_X s_S) \quad (4.8)$$

Die Kraftgrößen  $N_X$ ,  $M_X$  und  $Q_X$  lassen sich nach /14/ in Abhängigkeit von den Verschiebungsgrößen angeben:

$$N_X = D(u' - \nu w + k w'') \quad (4.9)$$

$$M_X = -R D k (u' + w'') \quad (4.10)$$

$$Q_X = -D k (u'' + w''') \quad (4.11)$$

$$D = \frac{E t}{1 - \nu^2}$$

$$k = \frac{t^2}{12 R^2}$$

Die Beziehungen (4.4) bis (4.8) stellen einen speziellen Satz von Schalenrandbedingungen dar. Die Lösung des Problems besteht damit darin, den Verformungszustand der Schale bei der gegebenen Belastung (Axialspannungen in der Schale) für diese Randbedingungen zu ermitteln. Bei der Lösung kann man wie in Kap. 2 beschrieben vorgehen.

#### Ergebnisse im Vergleich mit FEM-Analysen

Abb. 4.5 zeigt die mit dem FEM-Modell ermittelten Verformungen. Die größten Verformungen treten direkt am Flansch auf. Als Folge der Belastung durch die Axialspannungen stülpt dieser um das Lager und weitet die Schale am Übergang zum Flansch auf. Dadurch treten an dieser Stelle Biegespannungen



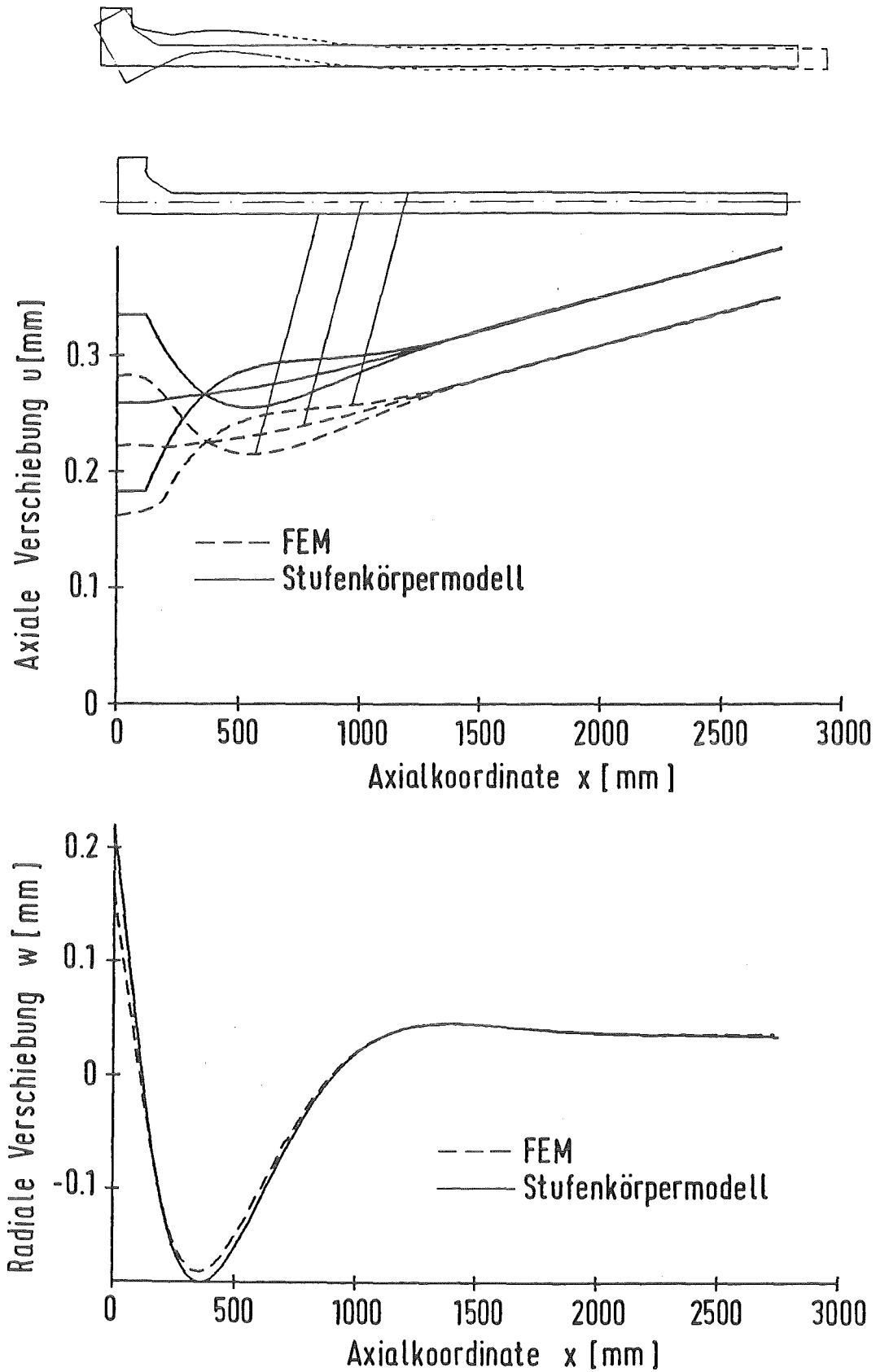


Abb. 4.5: Verformungen aus Stufenkörpermodell und FEM-Analyse

auf. Diese Biegespannungen bilden wiederum ein Moment, das das Moment aus den Axialspannungen zum Teil kompensiert.

Abb. 4.5 zeigt auch einen Vergleich der aus Stufenkörpermodell und FEM-Analyse ermittelten Verformungen. Das Stufenkörpermodell beschreibt das Verformungsverhalten der Struktur in guter Näherung. Das Modell liefert jedoch etwas größere axiale Verschiebungen als die genaueren FEM-Analysen. Außerdem überschätzt es die Biegespannungen geringfügig. Abb. 4.6 zeigt diesen Sachverhalt für die Axialspannungen.

Ein Vergleich des Biegemoments am Übergang von der Schale zum Flansch mit dem aufgeprägten Moment aus den Axialspannungen in der Schale zeigt im übrigen, daß beide ungefähr gleich groß sind. Das resultierende Moment auf den Flansch, nämlich die Differenz aus beiden, ist deutlich kleiner. Dieser Sachverhalt zeigt eine wichtige Funktion des Biegemoments bei diesem Problem. Es reduziert nämlich die Belastung, die dem Flansch durch die Axialspannungen aufgeprägt wird. Damit braucht dieser die Belastung nicht allein durch seine Stülpestufigkeit abzutragen. Diese Zusammenhänge gewinnen bei der Beurteilung des Tragverhaltens bei Beanspruchungen, die über die Elastizitätsgrenze reichen, an Bedeutung. Hierauf wird bei der elastisch-plastischen Festigkeitsanalyse eingegangen.

Der berechnete Vergleichsspannungsverlauf (s. Abb. 4.7) zeigt, daß das Beanspruchungsmaximum auf der Schalenaußenseite am Übergang zum Flansch auftritt. An dieser Stelle überlagern sich axiale Membranspannungen und Biegespannungen gleichen Vorzeichens. Dies führt verstärkt durch die zusätzliche Kerbwirkung am Übergang zum Flansch zu der Beanspruchungsspitze. Hier werden also bei Überlastung erstmalig plastische Verformungen auftreten. Erst bei weiterer Laststeigerung wird es auch an der Innenseite am Übergang von der Schale zum Flansch und später auch auf der Flanschoberseite zu plastischen Verformungen kommen.

Generell zeigt der Vergleich von Ergebnissen des Stufenkörpermodells mit den FEM-Analysen, daß das Stufenkörpermodell ein gutes Verständnis des Verformungsverhaltens erlaubt. Man kann jedoch mit Hilfe dieses Modells die

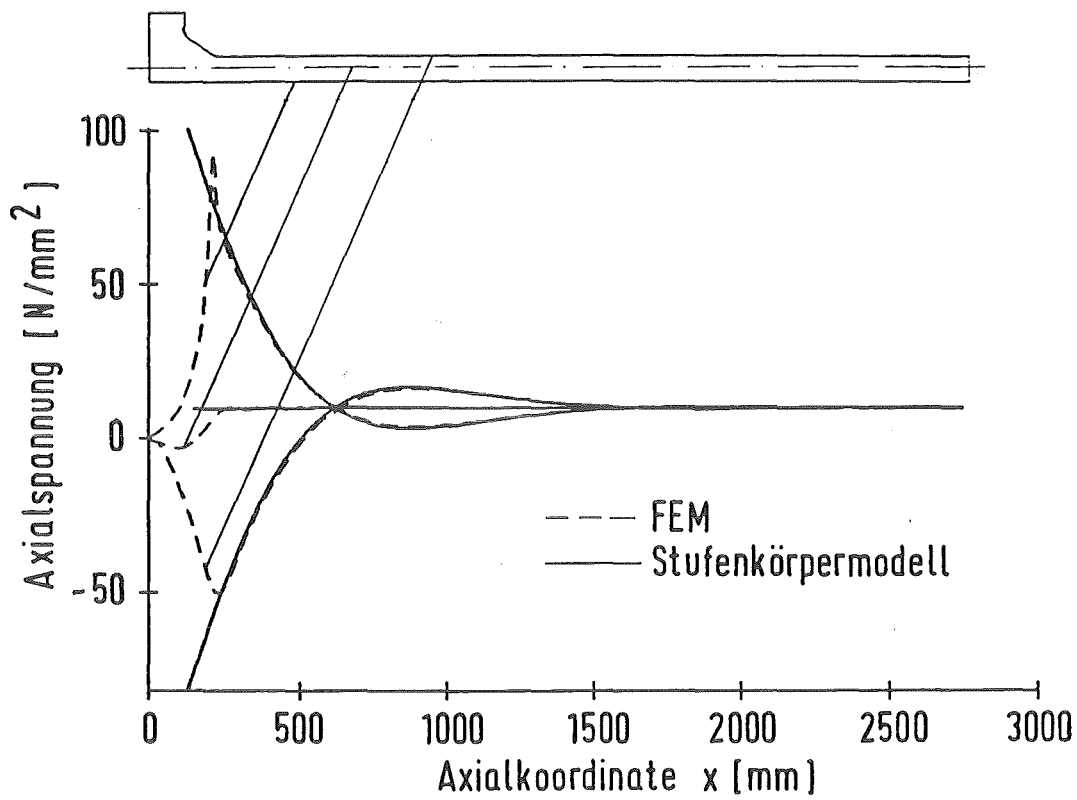


Abb. 4.6: Axialspannungsverlauf

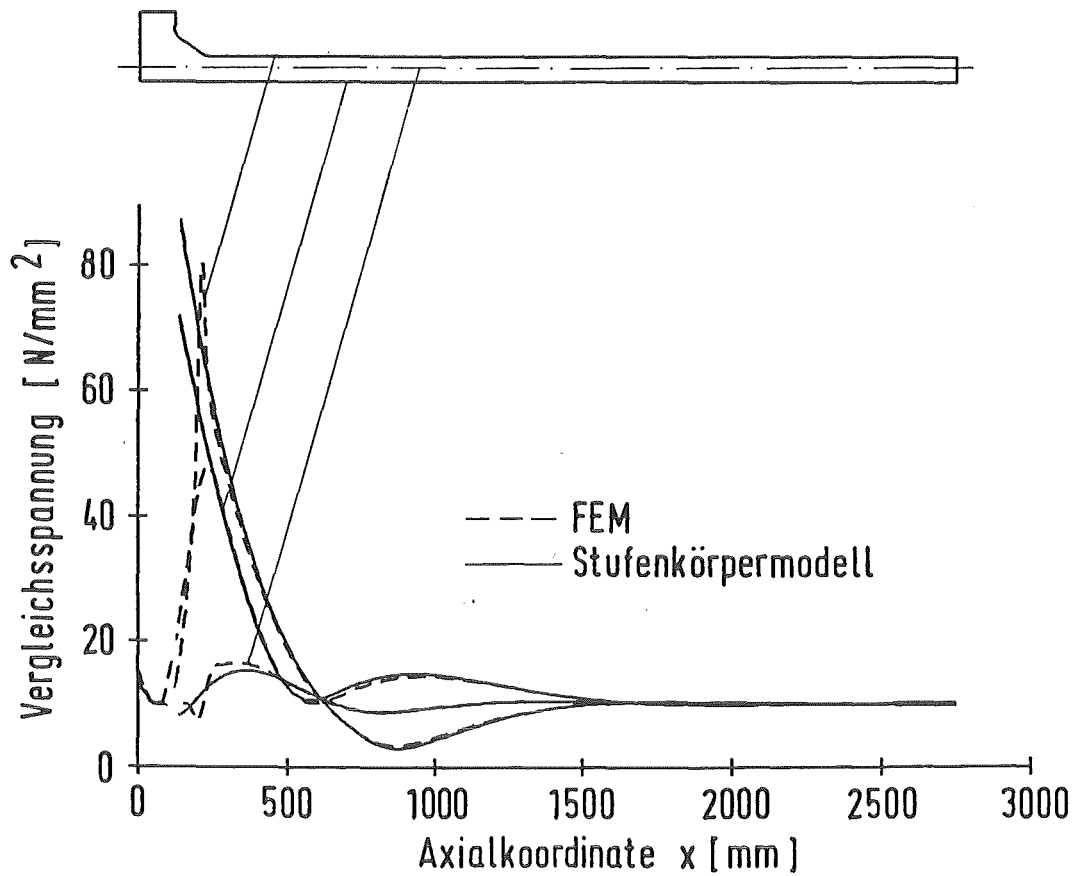


Abb. 4.7: Vergleichsspannungsverlauf

lokale Spannungs- und Dehnungsverteilung an der Einspannung nur unvollkommen beschreiben. Außerdem hängen die Ergebnisse sehr von den gewählten Abmessungen der Stufenkörper ab. Ist man an der quantitativen Erfassung von lokalen Beanspruchungsspitzen interessiert, so ist der Einsatz aufwendiger Methoden wie der FEM-Analysen notwendig.

#### 4.3 Elastisch-plastische Analyse

Ebenso wie für die feste Einspannung wurde auch für die Flansch-Einspannung der Einfluß des Werkstoffverhaltens sowie der Flanschgeometrie auf die Größe der Dehnungsspitzen untersucht.

##### Der Einfluß der Werkstoffverfestigung

Abb. 4.8 zeigt an einem Beispiel die sich ausbildenden plastischen Zonen bei verschiedener Belastung. Abb. 4.9 zeigt entsprechend das Verhältnis der Dehnungsspitze an der Einspannung zu der Dehnung im ungestörten Schalenbereich für unterschiedliche Werkstoffverfestigung als Funktion der wie üblich dimensionslos gemachten Belastung. Man erkennt den dominanten Einfluß der Verfestigung auf die Größe der maximalen Dehnungen über den gesamten Lastbereich plastischer Verformungen. Es treten hier nicht die beiden getrennten Stadien plastischer Verformungen wie bei der festen Einspannung auf. Vielmehr können, insbesondere bei wenig verfestigenden Werkstoffen, die Dehnungen an der Einspannung bereits im Prozent-Bereich liegen, wenn die Beanspruchungen im ungestörten Schalenbereich noch weit unterhalb der Fließgrenze liegen. Offensichtlich kommt es bei diesem Problem zu starken Dehnungskonzentrationen im Einspannbereich, d.h., die maximalen Dehnungen an der Einspannung, die bei elastischer Beanspruchung ca. 9 mal größer sind als die Dehnungen in entsprechender Entfernung von der Einspannung, können bei Überlastung auf mehr als das 100-fache dieser Werte ansteigen. Allerdings treten derart große Dehnungen selbst bei elastisch ideal plastischem Materialverhalten erst dann auf, wenn die Belastung doppelt so groß wie diejenige bei Fließbeginn ist. Bis zu dieser Belastung ist, wie Abb. 4.8 zeigt, der Übergangsbereich von der Schale zum Flansch noch nicht völlig durch die Schalendicke plastifiziert. Hier bestehen noch die Bedingungen

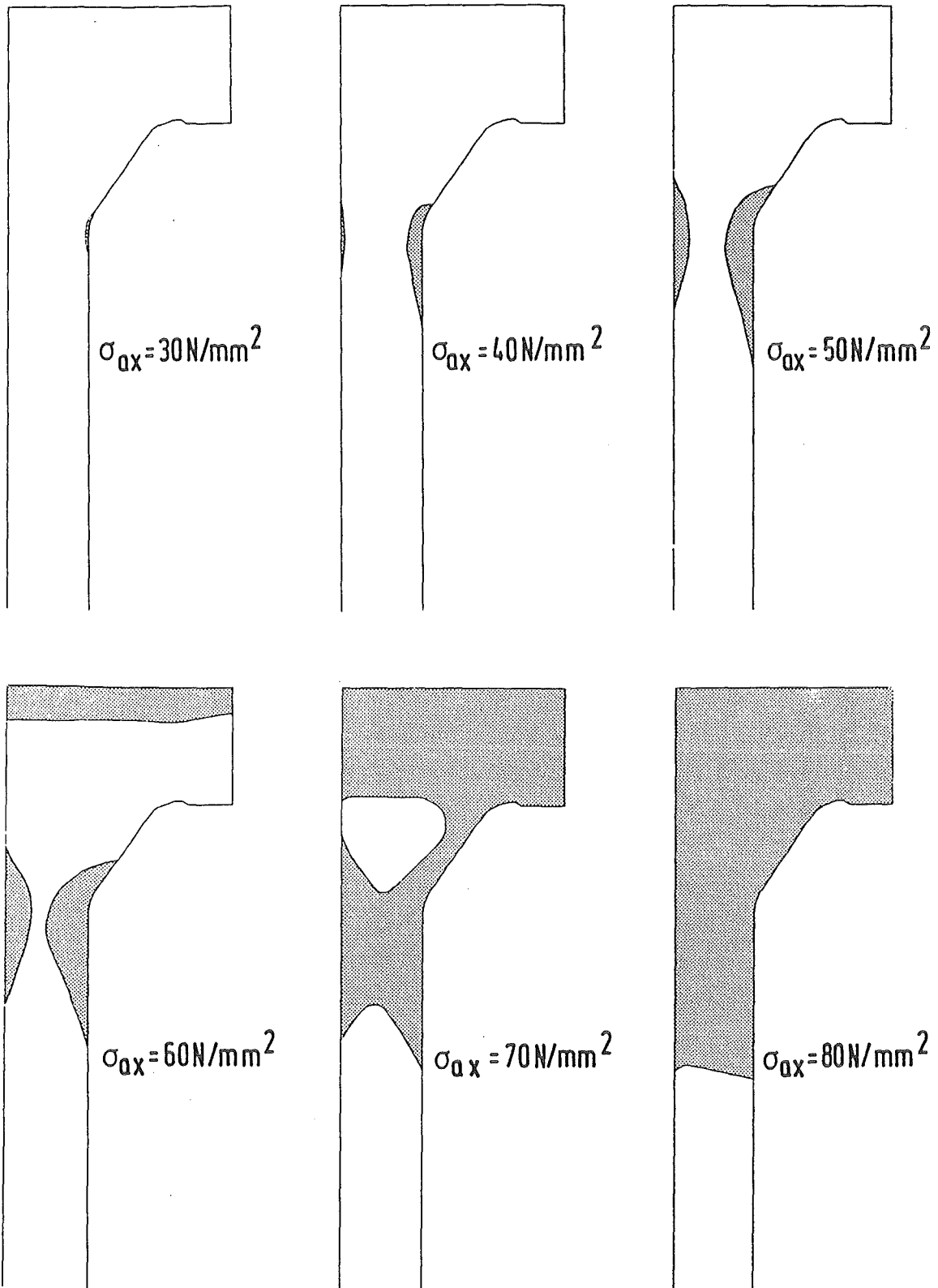


Abb. 4.8: Plastisch verformte Bereiche an der Einspannung

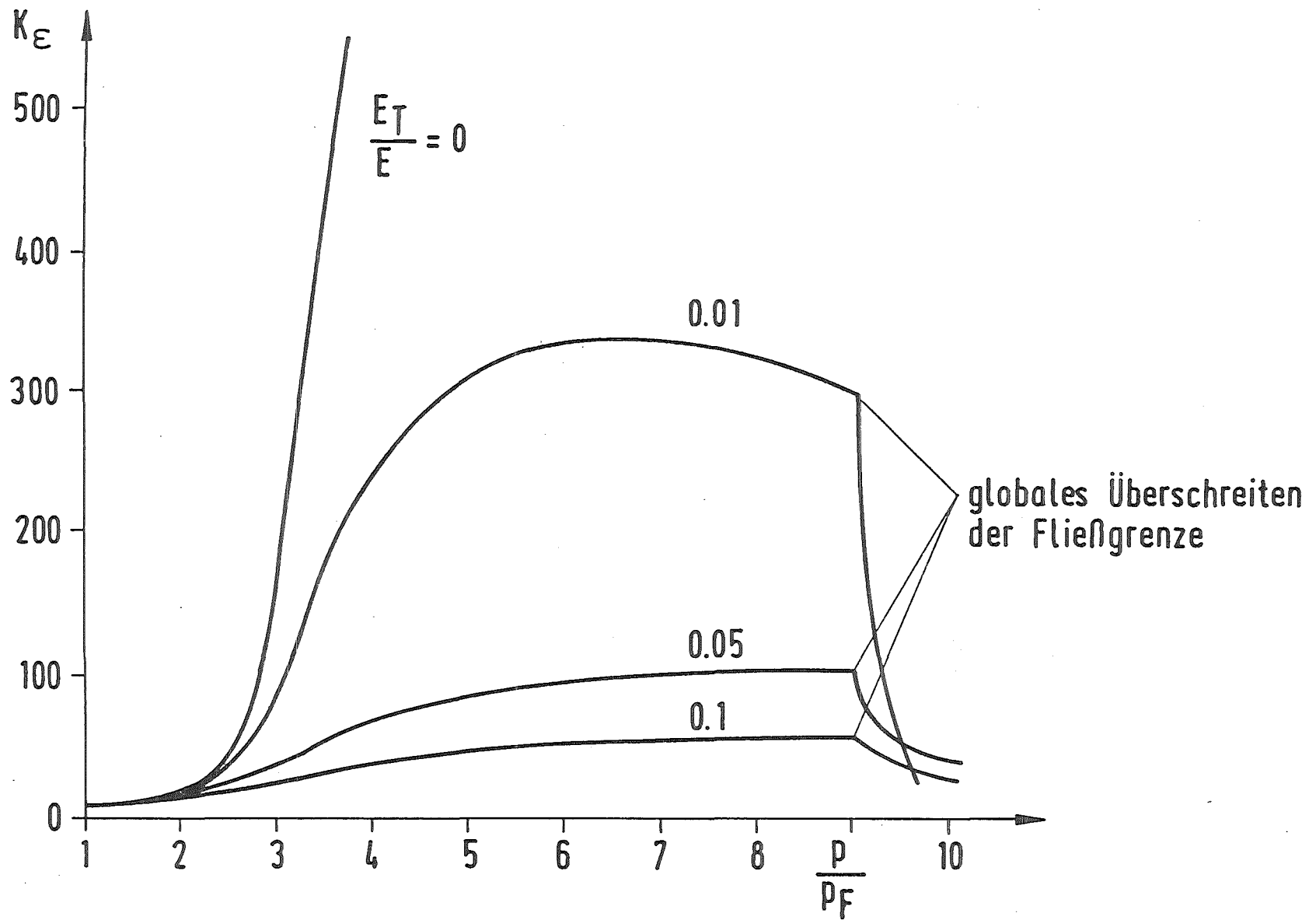


Abb. 4.9: Dehnungskonzentration an der Einspannung bei unterschiedlicher Werkstoffverfestigung

für "constraint plasticity". Die Struktur schöpft in diesem Bereich die Tragreserven aus Spannungsumlagerungen. Bei größeren Lasten, wenn sich ein Fließgelenk an dieser Stelle gebildet hat, hängt die Größe der Dehnungskonzentrationen entscheidend vom Verfestigungsverhalten ab. Für übliche Werkstoffe ist vorzeitiges Versagen an der Einspannung durch Überschreiten kritischer Dehnungswerte bzw. Funktionsverlust zu befürchten, obwohl die Beanspruchung im ungestörten Schalenbereich noch unterhalb der Fließgrenze liegt. Abb. 4.9 zeigt, daß nach Überschreiten der Fließgrenze im ungestörten Schalenbereich die Relativwerte für Dehnungskonzentrationen wie bei der festen Einspannung abnehmen. Dieser liegt bei einer Druckbelastung von  $\frac{P}{P_F} > 9$ .

Die Ursache für dieses im Vergleich zur festen Einspannung gegensätzliche Verhalten liegt in dem ganz anderen Mechanismus der Lastabtragung an der Einspannung. Hierbei spielt einmal das im Gegensatz zur festen Einspannung erhöhte Membranspannungsniveau an der Einspannung eine Rolle. Von entscheidender Bedeutung ist aber die unterschiedliche Funktion der Biegespannungen, die in diesem Fall, wie bei den elastischen Analysen bereits erwähnt, nicht lediglich aus Kompatibilitätsgründen entstehen, sondern auch in den Gleichgewichtsbeziehungen relevant sind. Diese unterschiedlichen Mechanismen, die auf der Basis der elastischen Analysen nicht ohne weiteres einsehbar sind, führen bei Belastungen, die über die elastische Grenze hinausgehen, zu dem vollkommen unterschiedlichen Festigkeitsverhalten bei beiden Problemen.

#### Stufenkörpermodell für elastisch-plastische Beanspruchung

Diese Zusammenhänge lassen sich besser verstehen, wenn man das in Kap. 4.2 dargestellte Flanschmodell so erweitert, daß auch plastische Verformungen im Flansch beschrieben werden können. Da die Umfangsspannungen im Flansch die einzigen relevanten Beanspruchungen sind, liegt hier ein einachsiger Spannungszustand vor. Die nichtlineare Stülpteifigkeit läßt sich daher einfach durch numerische Integration des Spannungsverlaufs im Flansch ermitteln. Ganz analog zum elastischen Flanschmodell erhält man:

$$M_1 = \int_A \sigma_u y dA \quad (4.12)$$

Für das Stülpmoment ergibt sich weiterhin:

$$M_s = 2\pi \int_A \sigma_u y dA \quad (4.13)$$

Mit Kenntnis dieser nichtlinearen Stülpsteifigkeit kann man die Größe des Biegemoments auf den Flansch bestimmen. Nach (4.4) und (4.8) gilt nämlich

$$M_1 = R(N_x s_L + M_x - Q_x s_s) \quad (4.14)$$

Da  $N_x$  als aufgeprägte Belastung bekannt ist, folgt aus dieser Beziehung bei Vernachlässigung des geringen Querkrafteinflusses direkt die Größe von  $M_x$ .

Abb. 4.10 zeigt für einen Fall das äußere durch die Axialspannungen in der Schale aufgeprägte Moment  $N_x s_L$  im Vergleich mit dem resultierenden Moment  $\frac{M_1}{R}$  auf den Flansch. Diese sind als Funktion des Stülpwinkels  $\psi$  dargestellt. Der Verlauf von  $\frac{M_1}{R}$  ergibt sich aus dem Stufenkörpermodell, den Verlauf von  $N_x s_L$  erhält man aus den FEM-Analysen. Das Biegemoment ergibt sich als Differenz beider Kurven. Hier zeigt sich die tragende Funktion der Biegespannungen. Eine Laststeigerung kann nämlich nach dem Beginn plastischer Verformungen nur in geringem Umfang durch eine Erhöhung von  $M_1$  abgetragen werden, weil der Flansch relativ stülpweich ist. Laststeigerungen schlagen deswegen direkt auf die Biegespannungen durch. Eine Steigerung der Biegespannungen ist aber je nach Verfestigungsverhalten des Werkstoffs mit einer starken Zunahme der Dehnungen verbunden. Dieses Verhalten ist damit die eigentliche Ursache für die starken Dehnungskonzentrationen.



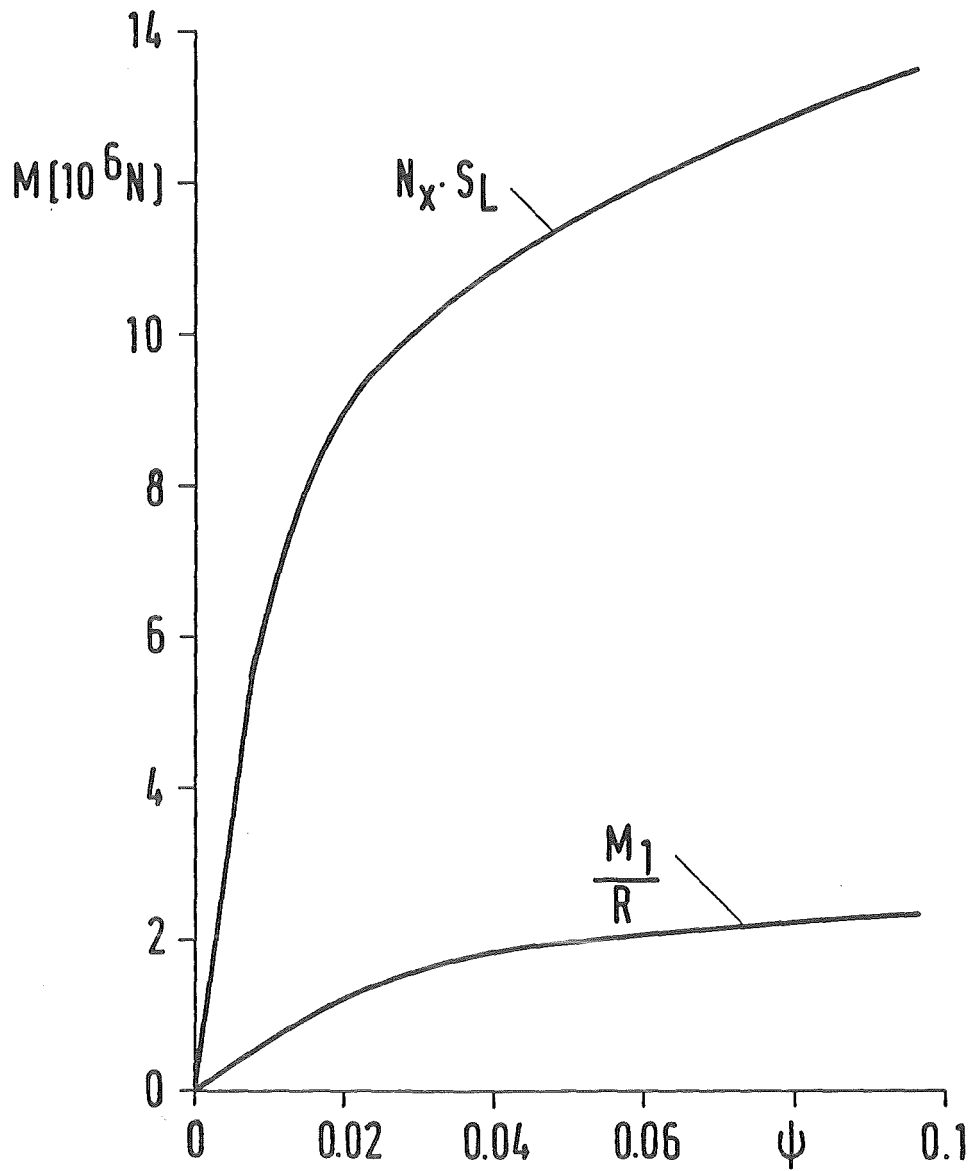


Abb. 4.10: Kraftgrößen am Flansch in Abhängigkeit vom Stülpwinkel

## Der Einfluß der Geometrie

Die Größe der Dehnungsspitzen an der Einspannung hängt außer von den Verfestigungseigenschaften auch entscheidend von der geometrischen Detailgestaltung des Flansches ab. Wie die Ausführungen im letzten Abschnitt gezeigt haben, spielt hier die Stülpsteifigkeit eine wichtige Rolle. Alle Maßnahmen zur Vergrößerung der Stülpsteifigkeit des Flansches führen deshalb zu einer Reduktion des Beanspruchungsniveaus an der Einspannung und damit zu einer Verringerung der Dehnungsspitzen. Eine Vergrößerung der Stülpsteifigkeit des Flansches läßt sich aber auf verschiedene Weise erreichen. Einmal ist es möglich, die Lagerung des Flansches so zu gestalten, daß eine Stülpverformung unterdrückt bzw. reduziert wird, zum zweiten kann man den Stülpwiderstand des Flansches durch eine geeignete Gestaltung erhöhen. Nach (4.3) ist der Stülpwiderstand proportional dem Flächenträgheitsmoment  $I$ . Bei einem Rechteckquerschnitt der Breite  $b$  und der Höhe  $h$  ist:

$$I = \int_A \frac{y^2}{R} dA = \frac{b}{3R} h^3 \quad (4.15)$$

Die wirksamste Maßnahme ist daher, die Höhe des Flansches, die in der 3. Potenz in den Stülpwiderstand eingeht, zu vergrößern.

Eine weitere, sehr effektive Maßnahme ist es, den Auflagerpunkt des Flansches so nahe wie möglich an die Zylinderwand zu legen, weil sich das aufgeprägte Moment wegen der Verkürzung des Hebelarmes verkleinert.

Wie in Kap. 4.2 erläutert wurde, sind die hohen Dehnungsspitzen unter anderem auch eine Folge der Kerbwirkung am Übergang von der Schale zum Flansch. Wie bekannt, lassen sich solche Dehnungsspitzen im elastischen Beanspruchungsbereich durch eine beanspruchungsgerechte Gestaltung, d.h. größere Übergangsradien, verkleinern. Um die Wirksamkeit einer solchen Maßnahme auch im elastisch-plastischen Beanspruchungsbereich zu überprüfen, wurde eine Vergleichsrechnung mit einer sehr sanften Ausrundung am Übergang von der Schale zum Flansch durchgeführt. Die in diesem Fall auftretenden, maximalen Dehnungen sind in Abb. 4.11 im Vergleich mit den Ergebnissen der Referenzgeometrie gezeigt. Durch die beanspruchungsgerechte Gestaltung des

Übergangsbereiches lassen sich die Dehnungsspitzen auch im elastisch-plastischen Lastbereich um mehr als die Hälfte der ursprünglichen Werte reduzieren.

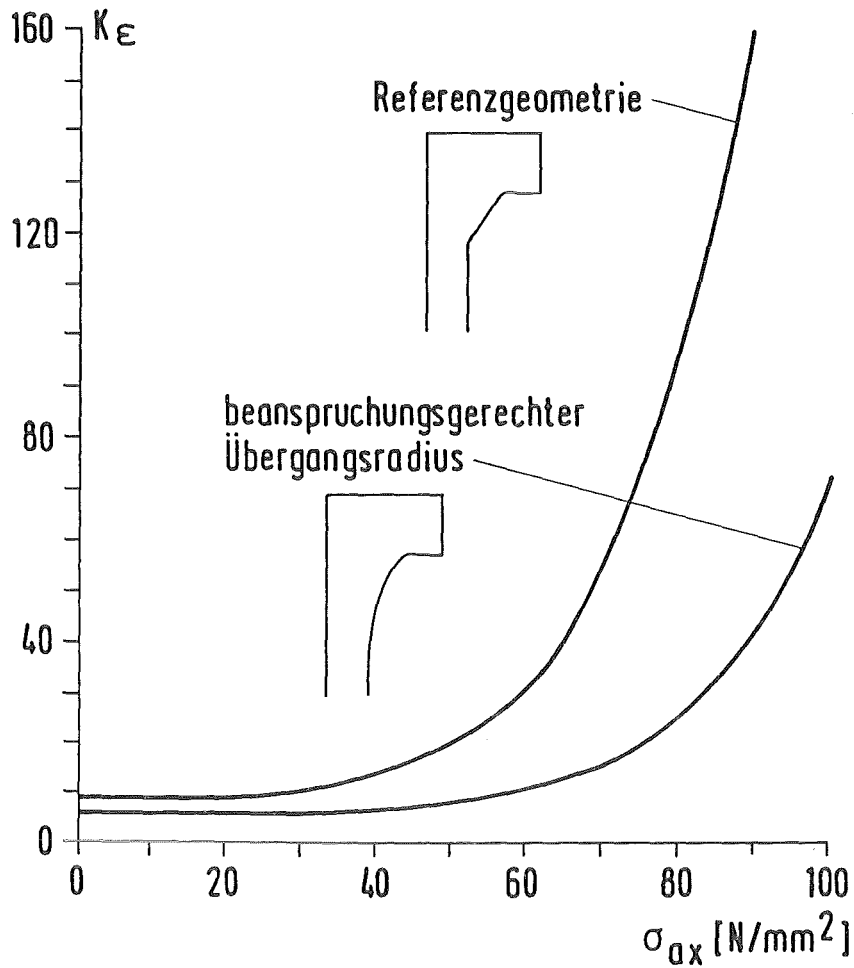


Abb. 4.11: Einfluß geometrischer Details auf die Dehnungskonzentrationen

#### 4.4 Bedeutung der Dehnungskonzentrationen für das Festigkeitsverhalten

Die obigen Ausführungen haben gezeigt, daß bei dem hier untersuchten Problem drastische Dehnungskonzentrationen an der Einspannung zu erwarten sind, die schon bei einmaliger Überlastung versagensrelevant sein können.

Die Größe dieser Dehnungsspitzen hängt stark von dem Verfestigungsverhalten des Werkstoffes und der Detailgeometrie an der Einspannung ab. In dem untersuchten Referenzfall erfolgt bei einmaliger Überlastung mit Sicherheit ein vorzeitiges lokales Versagen im Einspannbereich, bevor es zu globaler plastischer Instabilität kommt. Bei zyklischer Belastung bis in den Bereich plastischer Verformungen ist der Einspannbereich ebenfalls wegen der Dehnungskonzentrationen ermüdungsgefährdet und bestimmt die Lebensdauer des Bauteils. Wegen der Vielzahl der Einflußfaktoren kann jedoch eine Beurteilung des Einflusses auf das Festigkeitsverhalten nur im Einzelfall erfolgen.

Ein ähnliches Verhalten wie bei der flanschartigen Einspannung ist bei allen Problemen zu erwarten, bei denen ähnliche Mechanismen wirksam sind, d.h., bei denen die Biegespannungen eine wesentliche Rolle in den Gleichgewichtsbeziehungen spielen. Dieses Verhalten ist mit dem von Balkenstrukturen vergleichbar, wo ähnliche Effekte auftreten /6/.

## 5. Vergleich der konventionellen Auslegung nach technischen Regelwerken mit den Ergebnissen der elastisch-plastischen Analysen

### 5.1 Die konventionelle Auslegung nach technischen Regelwerken

#### Spannungsarten, Spannungskategorien, Belastungsstufen

Die Vorgehensweise bei der Berechnung von Reaktorkomponenten ist in technischen Regelwerken festgelegt. Erstmals wurden solche Berechnungsregeln im ASME-Code /2/ in den USA festgelegt. Vor einigen Jahren wurde in Deutschland für die Anwendung in der Kerntechnik durch die Erarbeitung der KTA-Regeln /3/ ein entsprechendes Regelwerk erstellt.

Generelles Ziel dieser Auslegungsregeln ist es, alle relevanten Versagensmechanismen auszuschließen. Dazu werden die Spannungen für charakteristische Beanspruchungsfälle ermittelt und zulässigen Grenzwerten gegenübergestellt. Die Größe der zulässigen Spannungen hängt dabei von der Art der Spannungen (werden Spannungsspitzen durch Werkstofffließen abgebaut?) sowie von der Ursache der Belastung ab. Die Spannungsanalysen hierzu erfolgen grundsätzlich auf der Basis rein elastischer Strukturmodelle.

Hinsichtlich der Spannungsarten ist nach den Regelwerken zunächst eine Klassifikation durchzuführen. Tab. 5.1 zeigt die einzelnen Spannungsarten, die man im Rahmen dieses Konzepts unterscheidet. Wichtigstes Merkmal der Primärspannungen ist, daß die von ihnen verursachten Verformungen sich nach Überschreiten der Fließgrenze wesentlich vergrößern, ohne sich selbst zu begrenzen. Eine Struktur kann dann weitere Tragreserven lediglich aus der Werkstoffverfestigung schöpfen. Innerhalb der Gruppe der Primärspannungen unterscheidet man noch zwischen allgemeinen Primärspannungen, lokalen Primärspannungen und primären Biegespannungen je nach der Verteilung in der Struktur. Als Sekundärspannungen werden solche Spannungen bezeichnet, die zwar zu Schnittlasten innerhalb des Querschnitts aufintegriert werden können, bei Überschreitung der Fließgrenze aber Verformungen verursachen, die die Spannungen abbauen und damit auch die Verformungen begrenzen. Spannungsspitzen sind Beanspruchungsmaxima mit ausgeprägt lokalem Charakter.

Primärspannungen	allg. primäre Membranspannungen	$P_m$
	örtliche primäre Membranspannungen	$P_L$
	primäre Biegespannungen	$P_B$
Sekundärspannungen		$Q$
Spannungsspitzen		$F$

Tab. 5.1: Spannungsarten

		Beanspruchungsstufe			
		A	B	C	D
Kategorie	$P_m$	$S_m$	$1.1 S_m$	$R_{p0.2T}$	$0.7 R_{mT}$
	$P_L$	$1.5 S_m$	$1.65 S_m$	$1.5 R_{p0.2T}$	$R_{mT}$
	$P_m + P_B$	$1.5 S_m$	$1.65 S_m$	$1.5 R_{p0.2T}$	$R_{mT}$
	$P_L + P_B + Q$	$3 S_m$			
	$P_L + P_B + Q + F$	$S_d$			

$$S_m = \text{Min} \left\{ \frac{2}{3} R_{p0.2T}, \frac{1}{3} R_{mT} \right\}$$

Tab. 5.2: Spannungskategorien und zugehörige Grenzwerte  
nach ASME

Diese einzelnen Spannungsarten werden zu Spannungs-kategorien zusammengefaßt, die dann entsprechenden Versagensarten zugeordnet werden. Tab. 5.2 zeigt die Zusammenfassung dieser einzelnen Spannungsarten zu den Spannungs-kategorien mit den entsprechenden Grenzwerten, die von der Fließgrenze  $R_{p0.2T}$  und der Zugfestigkeit  $R_{mT}$  bei Betriebstemperatur abhängen.

Die Größe dieser Grenzwerte hängt noch von der Ursache der jeweiligen Belastung ab. So werden für selten auftretende Beanspruchungsfälle, wie etwa Störfallbelastungen, höhere Spannungen als für häufig auftretende Belastungsfälle zugelassen. Die Beanspruchungsfälle werden deshalb einzelnen Beanspruchungsstufen A, B, C, D zugeordnet, wobei die Eintrittswahrscheinlichkeit von A bis D abnimmt und die zulässigen Spannungen zunehmen.<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Das heißt, während die Eintrittswahrscheinlichkeit für die Belastung abnimmt, steigt die Wahrscheinlichkeit für Bauteilversagen, wenn die Belastung eingetreten ist, an. Die absolute Wahrscheinlichkeit für Bauteilversagen – das ist das Produkt der oben diskutierten Werte – ist deswegen bei allen Beanspruchungsstufen etwa gleich groß.

## Problematik der konventionellen Analyse

Die konventionelle Vorgehensweise läßt jedoch einige Fragen unbeantwortet. Insbesondere bereitet es bisweilen Schwierigkeiten, einen Spannungszustand entsprechend den genannten Kriterien zu klassifizieren, da eine Aufteilung in die verschiedenen Spannungsarten nicht immer eindeutig möglich ist. Die Definitionen des Primär- und Sekundärspannungsbegriffs erfolgen nämlich streng genommen indirekt über das Verhalten der Struktur bei Überlast. Gerade dies läßt sich aber nicht mit elastischen Modellen beurteilen. Es ist deswegen notwendig, einen gewissen Erfahrungsschatz bei der Beurteilung des Festigkeitsverhaltens einzubringen. Letztliche Klarheit kann aber nur eine Analyse schaffen, bei der das reale elastisch-plastische Materialverhalten explizit berücksichtigt wird und die tatsächlich auftretenden Dehnungen bestimmt werden. Noch problematischer ist die Anwendung der Regelwerke bei Belastungen, die bereits nominell zu plastischen Verformungen führen. Hier wird mit fiktiven Spannungsgrenzwerten gearbeitet, die oberhalb der Werkstoffflußgrenze liegen. Mit dieser groben Beschreibung bleiben Details der Verfestigung unberücksichtigt. Die Beanspruchung, d.h. die auftretenden maximalen Dehnungen, hängen in diesen Fällen aber sehr wohl vom elastisch-plastischen Materialverhalten ab. Spannungsumlagerungseffekte und das Verfestigungsverhalten sind von Bedeutung. Diese Phänomene werden bei den konventionellen elastischen Analysen nicht berücksichtigt.

## 5.2 Beurteilung der Beanspruchungen mit Hilfe der elastisch-plastischen FEM-Analysen

### Allgemeines

Die in Kap. 3 und Kap. 4 beschriebenen elastisch-plastischen Festigkeitsanalysen bieten nun die Möglichkeit für die untersuchten exemplarischen Probleme, die konventionelle Vorgehensweise nach den Regelwerken anhand detaillierter elastisch-plastischer Analysen zu überprüfen. Der entscheidende Vorteil der detaillierten Analysen besteht darin, daß man Kenntnis über die tatsächlich auftretenden Dehnungen erhält. Die meisten denkbaren Versagensarten sind nämlich mit dem Überschreiten kritischer Dehnungswerte



verbunden. Die Größe der zulässigen Dehnungswerte ist vom Werkstoff abhängig.

#### Definition zulässiger Dehnungswerte

Analog zu den Regelwerken, in denen die Beanspruchungsgrenzen durch Definition von maximal zulässigen Spannungen festgelegt sind, muß man bei den elastisch-plastischen Analysen deshalb maximal zulässige Dehnungen angeben. Diese Dehnungsgrenzwerte, denen eine ähnliche Philosophie wie den Spannungsgrenzwerten in den Regelwerken zugrunde liegt, wurden wie folgt festgelegt:

##### Dehnungsgrenzwerte in der Stufe C:

Bei Beanspruchungsfällen in der Stufe C dürfen geringe plastische Verformungen an Diskontinuitätsstellen auftreten. Es müssen aber bis zu 25 Lastspiele möglich sein, wenn die Lastfälle nicht in der Ermüdungsanalyse berücksichtigt werden. Bei den elastisch-plastischen Analysen soll deswegen verlangt werden, daß die Membrandehnungen höchstens die Fließgrenze erreichen dürfen. Lokal dürfen allenfalls Dehnungsspitzen bis 0.5 % auftreten. Bei Dehnungsamplituden dieser Größenordnung liegt die Zeitfestigkeit üblicher Materialien bei ca.  $10^4$  Lastwechseln /7/. Damit sind - wie in der Regel gefordert - Ermüdungsanalysen nicht notwendig.

##### Dehnungsgrenzwerte in der Stufe D:

Bei Beanspruchungsfällen in der Stufe D dürfen globale plastische Verformungen auftreten, so daß unter Umständen ein Komponentenaustausch nach der Beanspruchung (Störfall) notwendig wird. Bei den elastisch-plastischen Analysen sollen deswegen Membrandehnungen bis 3 % zugelassen werden. Dehnungen dieser Größenordnung sind nämlich auch bei Auslegung nach Regelwerk und Verwendung austenitischer Werkstoffe zu erwarten. Lokal dürfen somit noch deutlich größere Dehnungen auftreten. Damit wird man der Tatsache gerecht, daß die üblichen Werkstoffe bei einmaliger Beanspruchung lokal sehr hohe Dehnungen ertragen, wenn keine gravierenden Schwachstellen (Risse) vorhanden sind.

### Ergebnisse des Vergleichs für zwei typische Werkstoffe

Für die in Kap. 3 und Kap. 4 dargestellten Probleme wurden entsprechende Analysen mit jeweils für ferritische bzw. austenitische Werkstoffe charakteristischem Werkstoffverhalten durchgeführt. Die zugrundegelegten Werkstoffparameter sind im Anhang B dargestellt. Im folgenden werden die Beanspruchungsgrenzen, die sich bei Auslegung nach Regelwerk ergeben, mit den Beanspruchungsgrenzen aus den elastisch-plastischen Analysen verglichen.

Abb. 5.1 und Abb. 5.2 zeigen für die fest eingespannte Zylinderschale jeweils die maximale Dehnung an der Einspannung  $\epsilon_{Vmax}$  und die Dehnung in der Schalenmitte  $\epsilon_{VUS}$  bei beiden Werkstoffen. Diese Dehnungswerte sind bestimmend für die Dimensionierung. Als Abszisse wurde die auf die zulässige Beanspruchung in der Stufe A bezogene Innendruckbelastung für den Fall, daß man die Biegespannungen als Sekundärspannungen klassifiziert, gewählt. Die zulässigen Beanspruchungen, die sich bei Regelanwendung ergeben, sind für die einzelnen Beanspruchungsstufen auf der Abszisse angegeben. Dabei beziehen sich die runden Symbole auf den Fall, daß man die Biegespannungen als Sekundärspannungen klassifiziert, die eckigen auf den Fall, daß man sie als Primärspannungen klassifiziert. Die Beanspruchungsgrenzen, die sich bei Anwendung der Grenzdehnungskriterien aus den elastisch-plastischen Analysen ergeben, sind in die entsprechenden Dehnungsverläufe eingezeichnet. Im einzelnen ist bezüglich des Vergleichs konventioneller Auslegung mit den detaillierten elastisch-plastischen Analysen festzustellen:

- I) Bezüglich der Problematik der Spannungsklassifikation läßt sich für diesen Fall eindeutig feststellen, daß die Biegespannungen an der Einspannung ohne Einschränkung als Sekundärspannungen zu klassifizieren sind. Betrachtet man nämlich Abb. 5.1 und Abb. 5.2, so erkennt man, daß in diesem Fall die zulässige Innendruckbelastung nach Regelwerk gleich oder kleiner ist als die zulässige Belastung nach der elastisch-plastischen Analyse. Eine Klassifikation der Biegespannungen als Primärspannungen wäre dagegen zu konservativ.

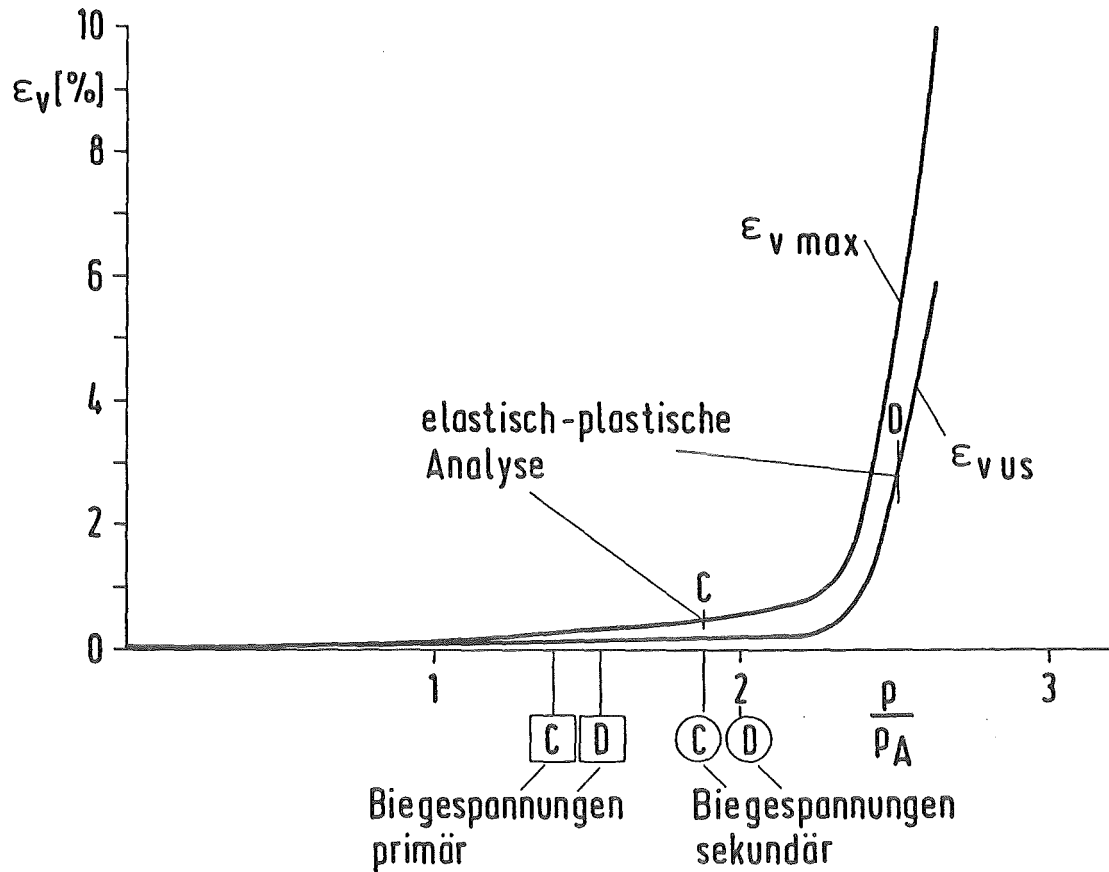


Abb. 5.1: Beanspruchungsgrenzen bei fester Einspannung und ferritischem Werkstoff

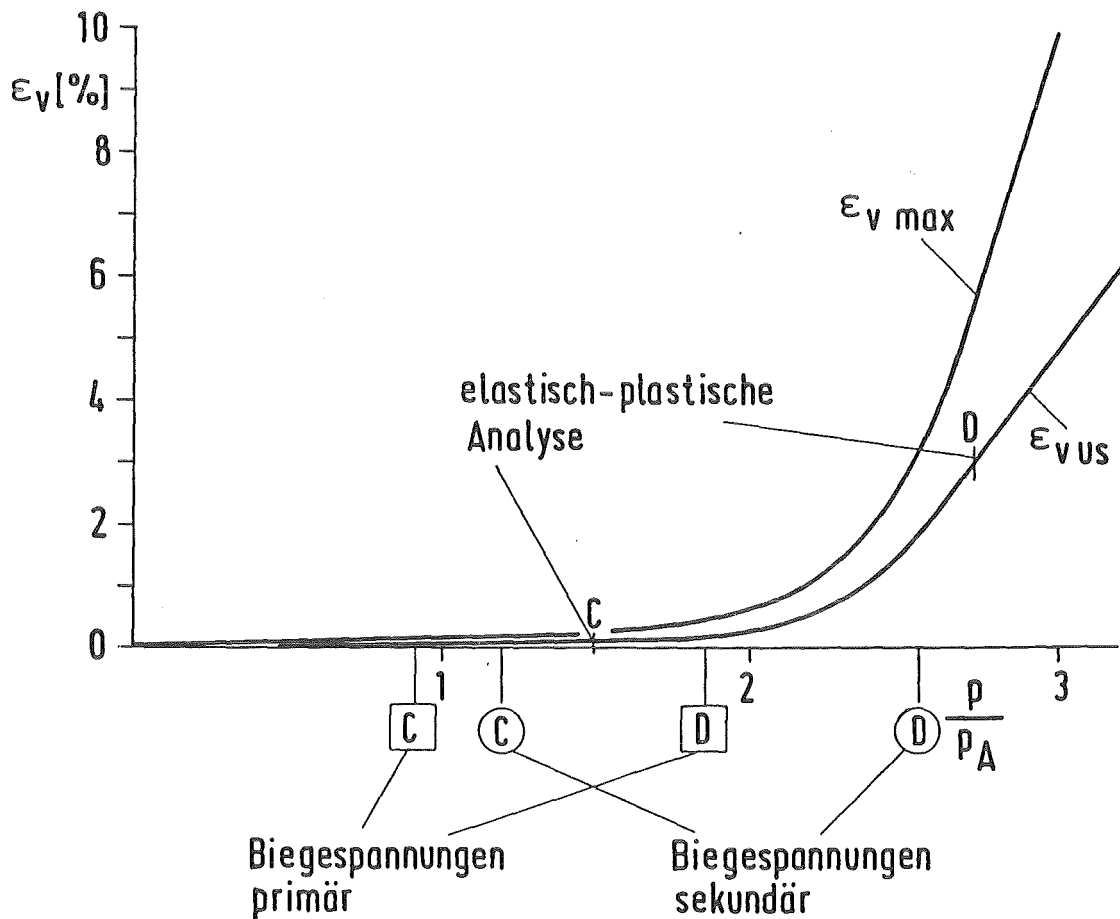


Abb. 5.2: Beanspruchungsgrenzen bei fester Einspannung und austenitischem Werkstoff

II) Für Stähle mit einem hohen Streckgrenzenverhältnis (Ferrite) stimmen die Grenzwerte für die Beanspruchungsstufe C recht gut überein. Für die Beanspruchungsstufe D ist die Auslegung nach Regelwerk dagegen konservativ. Dies liegt daran, daß bei Auslegung nach Regelwerk mit entsprechendem Sicherheitsabstand gegen die Zugfestigkeit dimensioniert wird. Bei Stählen mit einem hohen Streckgrenzenverhältnis kann der Grenzwert für die allgemeinen Primärspannungen deshalb unterhalb der Fließgrenze liegen, so daß in Wirklichkeit in der Beanspruchungsstufe D nur lokale plastische Verformungen auftreten können.

III) Für stark verfestigende Stähle (Austenite) treten bei Auslegung nach Regelwerk in der Beanspruchungsstufe C lokal kaum plastische Verformungen auf. Wegen der relativ starken Verfestigung können nämlich die lokalen Dehnungen an Diskontinuitätsstellen nicht groß sein, solange die Membrandehnungen noch im elastischen Bereich sind. Die elastisch-plastischen Analysen liefern daher größere zulässige Beanspruchungen in der Stufe C. Hierbei ist das Kriterium ausschlaggebend, daß die Membrandehnungen im elastischen Bereich bleiben müssen. Lokal haben die Dehnungen die 0.5 %-Grenze noch nicht erreicht. Für die Beanspruchungsstufe D stimmen die Beanspruchungsgrenzen gut überein.

Abb. 5.3 und Abb. 5.4 zeigen diesselben Verhältnisse für die in Kap. 4 behandelte Flanscheinspannung. Als Abszisse ist wiederum die auf die Grenzbelastung in der Stufe A bezogene Belastung (Axialspannung in der Schale) gewählt, wenn die Biegespannungen am Flansch als Sekundärspannungen klassifiziert werden. Die beiden Kurven zeigen die Dehnungsspitze  $\epsilon_{vmax}$  und die Membrandehnung  $\epsilon_{vM}$  an der Einspannung. Die Beanspruchung an diesen Stellen ist nämlich für die Dimensionierung bestimmend. Die verschiedenen Beanspruchungsgrenzen sind ebenfalls dargestellt. Im einzelnen ist festzustellen:

I) Vergleicht man für beide Werkstoffe die Beanspruchungsgrenzen bei Auslegung nach Regelwerk mit denjenigen, die sich aus den elastisch-plastischen Analysen ergeben, so ergibt sich, daß die Biegespannungen am Flansch nicht als Sekundärspannungen klassifiziert werden dürfen,

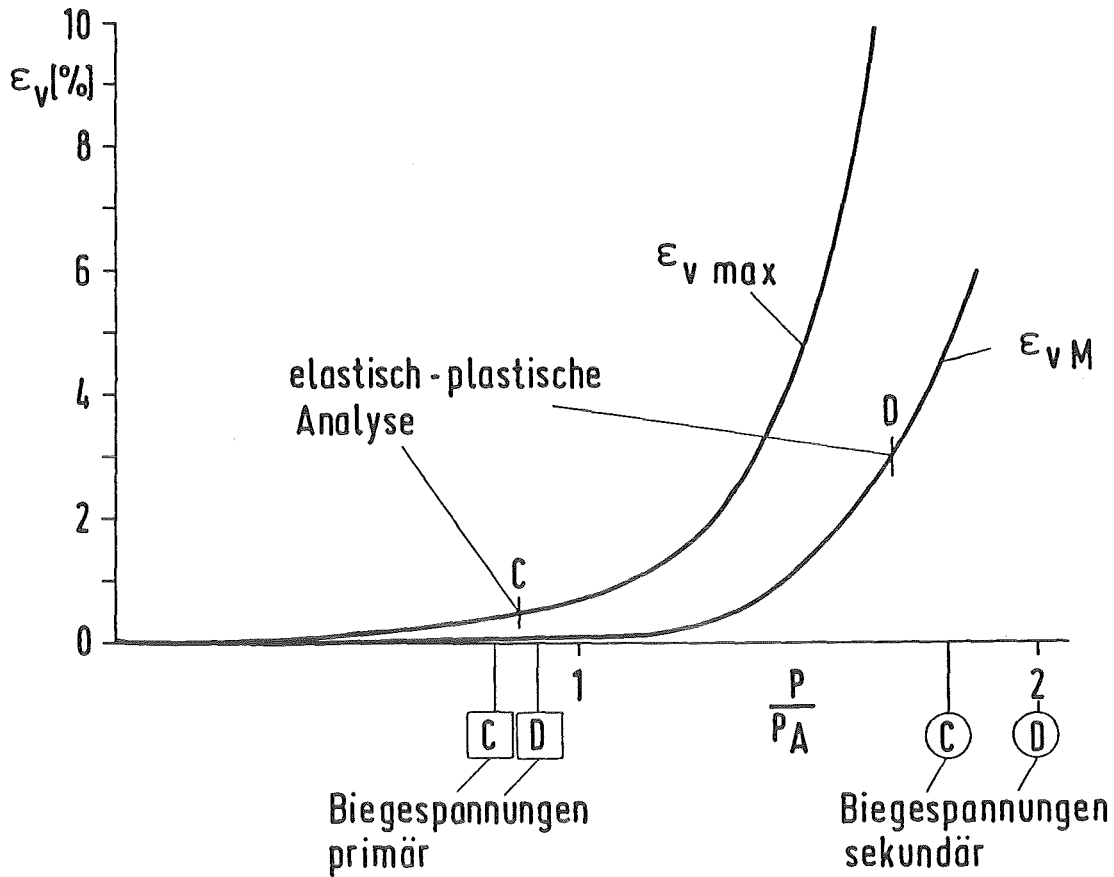


Abb. 5.3: Beanspruchungsgrenzen bei Flanscheinspannung und ferritischem Werkstoff

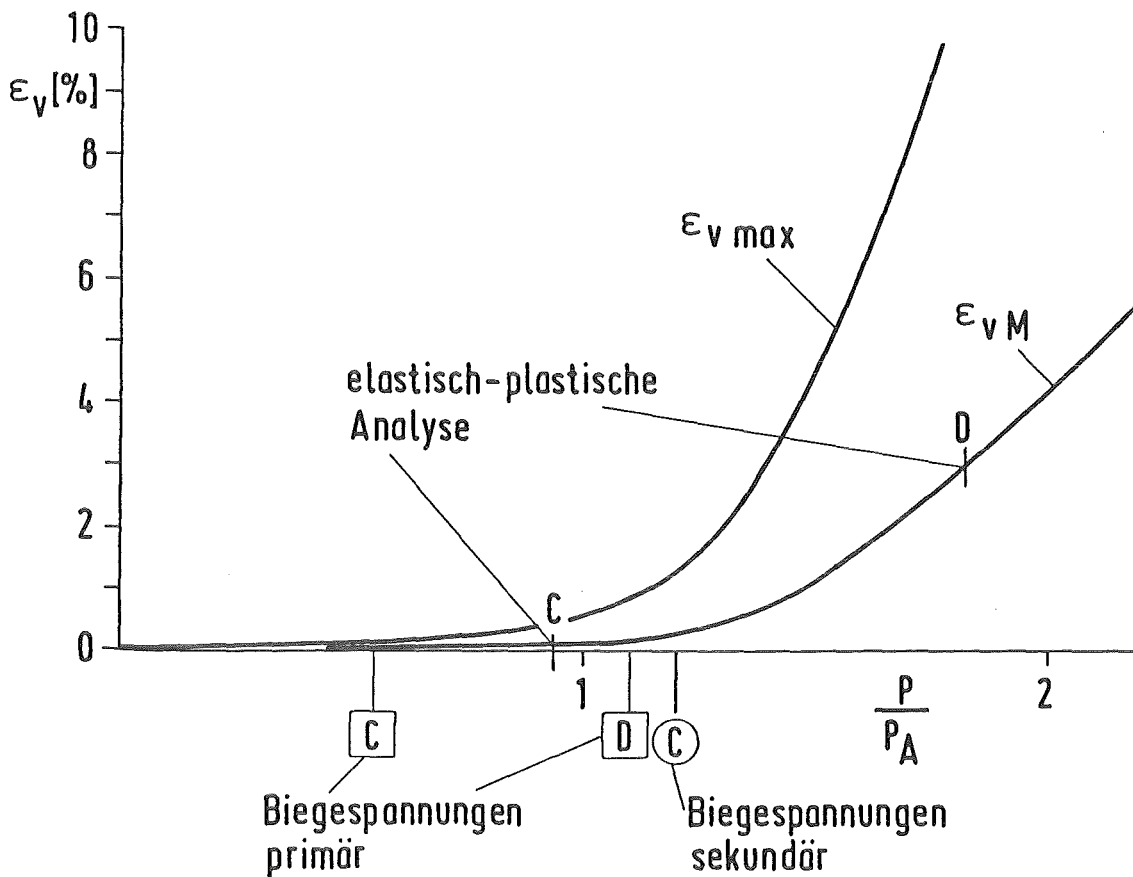


Abb. 5.4: Beanspruchungsgrenzen bei Flanscheinspannung und austenitischem Werkstoff

da man sonst extrem nicht-konservative Ergebnisse erhalten würde. Die Ursache dafür wurde bereits in Kap. 4 ausführlich erläutert. Klassifiziert man die Biegespannungen am Flansch dagegen als Primärspannungen, so müssen gewisse Überdimensionsierungen in Kauf genommen werden. Dieser Fall paßt offensichtlich nicht gut in den Klassifizierungsschematismus. Eine zuverlässige Beurteilung der Beanspruchungen ist hier nur mit Hilfe von elastisch-plastischen Analysen möglich.

II) Für den ferritischen Werkstoff mit dem hohen Streckgrenzenverhältnis liefert die Auslegung nach Regelwerk in der Beanspruchungsstufe C realistische Beanspruchungsgrenzen. Dagegen ist der Grenzwert in der Beanspruchungsstufe D deutlich geringer als derjenige, den man aus den exakten Analysen ableitet.

III) Für den austenitischen Werkstoff ergibt sich, daß die Beanspruchungsgrenze aus dem Regelwerk in beiden Beanspruchungsstufen deutlich konservativ sind.

#### Generelle Erkenntnisse

Die wichtigsten Resultate, die der Vergleich der konventionellen Auslegung mit den detaillierten Analysen liefert, werden im folgenden zusammengefaßt. Diese Aussagen wurden zwar streng genommen nur anhand der hier untersuchten Probleme gewonnen, dennoch handelt es sich hierbei um Ergebnisse, die eine gewisse Allgemeingültigkeit besitzen. Bezüglich der im Regelwerk definierten Beanspruchungsgrenzen läßt sich feststellen, daß diese konservativ sind. In manchen Fällen sind diese Konservativitäten aber sehr gering. Bei einer falschen Spannungsklassifikation, für die bisweilen eine gewisse Gefahr besteht, kann dies deshalb eine Fehlauslegung zur Folge haben.

Im einzelnen zeigt sich, daß in der Beanspruchungsstufe C bei Verwendung von Stählen mit einem hohen Streckgrenzenverhältnis bei Auslegung nach Regelwerk schon deutliche Dehnungskonzentrationen auftreten können. Diese können unter Umständen eine Größe erreichen, daß ihre Berücksichtigung hinsichtlich des Einflusses auf die Lebensdauer angebracht erscheint. Im

Grunde wird hier die Problematik deutlich, daß bei wenig verfestigenden Werkstoffen stärkere Dehnungskonzentrationen auftreten. Die stark verfestigenden Werkstoffe neigen im Gegensatz dazu zu geringeren Dehnungskonzentrationen, damit sind bei ihnen für die Beanspruchungsstufe C die Belastungsgrenzwerte aus dem Regelwerk eher konservativ.

In der Beanspruchungsstufe D ist die Auslegung nach Regelwerk in den meisten Fällen deutlich konservativ. Bei Verwendung von Stählen mit einem hohen Streckgrenzenverhältnis liegen die globalen Verformungen meistens noch im elastischen Bereich. Lediglich bei stark verfestigenden Werkstoffen sind bei Auslegung nach Regelwerk schon beträchtliche Verformungen und hohe Beanspruchungswerte denkbar.

Generell liefern die elastisch-plastischen Analysen ein besseres Verständnis des Verformungsverhaltens einer Struktur unter Überlastbeanspruchung. Insbesondere lassen sich realistischere Beanspruchungsgrenzen bestimmen. Allerdings muß man sich diese verbesserte Kenntnis über das Strukturverhalten durch einen beträchtlich größeren Aufwand erkaufen. Der Berechnungsaufwand steigt nämlich bei der Durchführung inelastischer Analysen im Vergleich zu elastischen Analysen, ähnlich wie bei dynamischen im Vergleich zu statischen Analysen. Elastisch-plastische Berechnungen können aus diesem Grunde bei üblichen Festigkeitsanalysen nicht an die Stelle der konventionellen Methoden treten. Man ist aber mit Hilfe elastisch-plastischer Berechnungen in der Lage, in Einzelfällen ein vertieftes Verständnis über die Beanspruchung von Strukturen zu gewinnen und die konventionellen Analysen abzusichern.

## 6. Beanspruchung der Kernbehälter einspannung beim Blowdown

### 6.1 Problemdefinition

Die Beschäftigung mit den in dieser Arbeit dargestellten Problemen wurde durch eine konkrete Fragestellung bei Sicherheitsanalysen von Druckwasserreaktoren (DWR) motiviert. In den heute üblichen Druckwasserreaktoren der 1300 MW-Baureihe (Abb. 6.1) ist nämlich der Kernbehälter mit Hilfe einer Flanschkonstruktion, wie in Kap. 4 untersucht, im Reaktordruckbehälter (RDB) eingespannt. Der Kernbehälterflansch liegt auf einem Vorsprung in der Reaktordruckbehälterwand auf. Er wird dabei von einzelnen Tellerfederpaketen gegen diesen Vorsprung gedrückt. Diese Pakete befinden sich an verschiedenen Stellen des Umfanges. Sie werden durch den Reaktordruckbehälterdeckel vorgespannt.

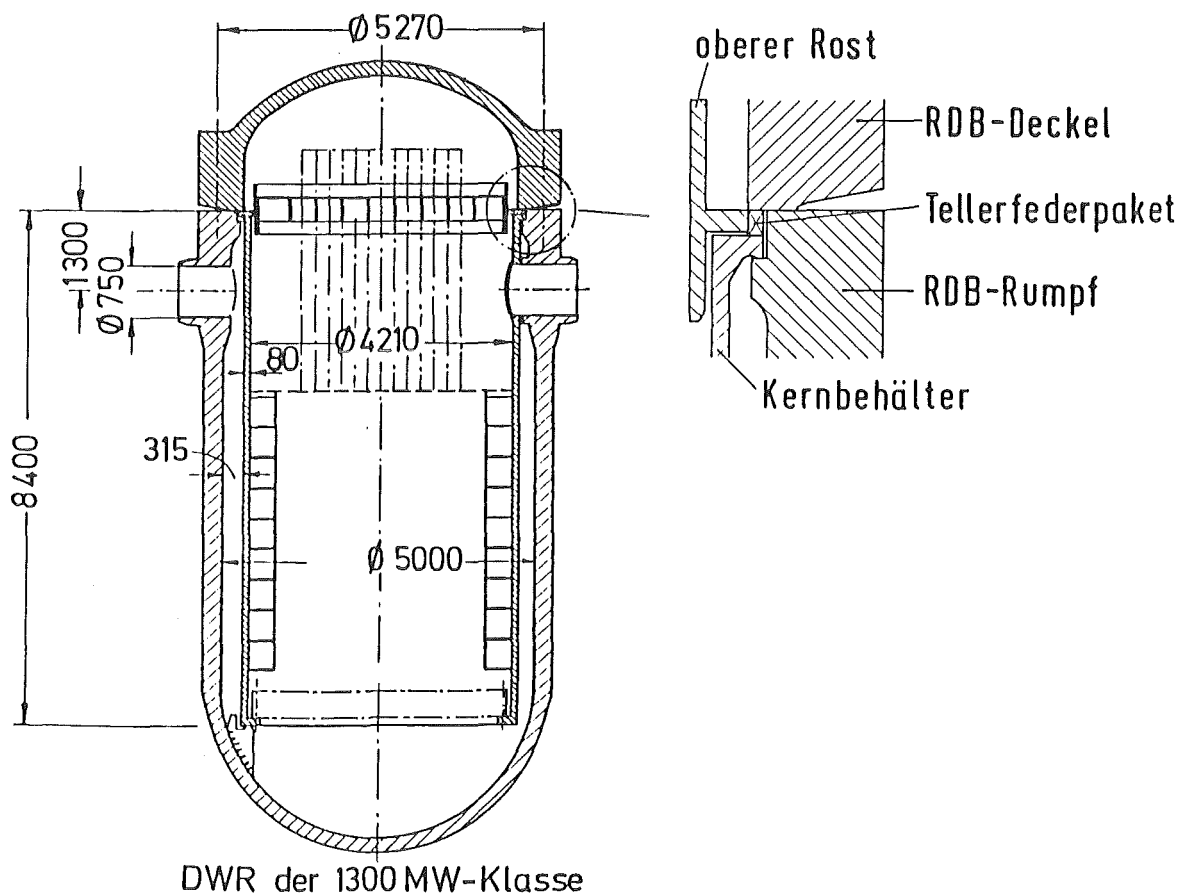


Abb. 6.1: DWR der 1300 MW-Baureihe mit Kernbehälter einspannung



Das Festigkeitsverhalten dieser Einspannung ist bei einem Blowdown-Störfall von entscheidender sicherheitstechnischer Bedeutung. Bei diesem Störfall wird ein plötzlicher Bruch einer Primärkühlmittelleitung direkt an einem Reaktordruckbehältereinlaßstutzen postuliert. Die schnelle Druckentlastung des Primärsystems führt hierbei zu dynamischen Beanspruchungen der Reaktordruckbehältereinbauten. Die damit verbundenen Verformungen dürfen die Abschaltbarkeit und Nachkühlbarkeit der Reaktors nicht in unzulässiger Weise beeinträchtigen. Diese Forderung wird zu einem guten Teil erfüllt, wenn nachgewiesen wird, daß der Kernbehälter den auftretenden Beanspruchungen standhält. Die höchsten Beanspruchungen des Kernbehälters sind aber an der Einspannung zu erwarten.

Zur Beurteilung dieser Beanspruchungen ist es notwendig, daß man die Belastungen kennt, die der Kernbehälterflansch bei diesem Störfall erfährt. Dazu wurden in den letzten Jahren sehr umfangreiche Untersuchungen des Blowdowns durchgeführt. Die zur Simulation der unterkühlten Anfangsphase eines Blowdowns entwickelten Verfahren /22/ gestatten inzwischen eine recht genaue Analyse aller relevanten Phänomene. Insbesondere berücksichtigen sie die Fluid-Struktur-Wechselwirkung, indem die Bewegungsgleichungen für Fluid und Struktur simultan integriert werden. Die Rechenmodelle wurden durch umfangreiche, experimentelle Untersuchungen verifiziert. Hier sind besonders die Blowdown-Experimente zu nennen, die am stillgelegten Heißdampfreaktor (HDR) in Karlstein/Main durchgeführt wurden /23/. Diese Experimente liefern allerdings keine direkten Aussagen zur Beanspruchung der Kernbehälter-Einspannung. Im Gegensatz zu der DWR-Konstruktion hatte man nämlich bei den HDR-Versuchen den Kernbehälter mit Hilfe einer sehr steifen Flanschkonstruktion fest im RDB eingespannt, um definierte Randbedingungen zu schaffen. Damit konnten die in besonderem Maße interessierenden Phänomene, wie die Fluid-Struktur-Wechselwirkung zwischen dem ausströmenden Kühlmittel und dem nachgebenden Kernbehälter, frei von störenden Randeinflüssen untersucht werden.

Streng genommen müßte man zur Beschreibung der Beanspruchungen am Kernbehälterflansch das strukturmechanisches Modell für diese Einspannung zu den anderen Teilmodellen für die Fluid-Struktur-Wechselwirkung hinzufügen und

eine gekoppelte Blowdown-Analyse durchführen. Dieser Weg wurde aber hier aus verschiedenen Gründen nicht beschritten. Einmal mußte von Anfang an mit plastischen Verformungen an der Einspannung gerechnet werden. Eine Berücksichtigung dieser nichtlinearen strukturmechanischen Phänomene ist aber aus konzeptionellen Gründen in einem gekoppelten Gesamtmodell schwer möglich. Weiterhin hat sich gezeigt, daß schon eine zuverlässige nichtlineare Festigkeitsanalyse des Kernbehälterflansches die Rechenkapazität einer modernen Rechanlage voll ausschöpft. Damit wäre eine Blowdown-Analyse mit einem gekoppelten Gesamtmodell aus Gründen des Berechnungsaufwands ohnehin nicht durchführbar.

Aus diesen Gründen wurde zur Beurteilung der Beanspruchungen im Flanschbereich eine separate Analyse durchgeführt. Die auftretenden Belastungen wurden aus zuvor erfolgten Analysen zur Fluid-Struktur-Wechselwirkung entnommen. Diese Vorgehensweise ist näherungsweise erlaubt, da bei einem DWR die Rückwirkung von Details der Flanschnachgiebigkeit auf die Fluid-Struktur-Wechselwirkung eine geringe Rolle spielt.

Die Belastung, die der Kernbehälterflansch erfährt, besteht hauptsächlich aus axialen Membranspannungen in der Kernbehälterschale. Da bei den Schwingungen des Kernbehälters der Balkenbiegemode dominiert, sind diese Membranspannungen sinusförmig am Kernbehälterumfang verteilt. Sie bilden ein Biegemoment bezüglich der Kernbehälter einspannung. Dieses Moment stellt eine integrale Belastungsgröße für den Flansch dar.

Zur Untersuchung der Flanschbeanspruchung wurden sowohl zweidimensionale, rotationssymmetrische als auch dreidimensionale, nicht-rotationssymmetrische Analysen durchgeführt. Bei den 2D-Analysen wurden dem Flansch längs des Umfangs konstant verteilte axiale Membranspannungen als äußere Belastung aufgeprägt. Dieses 2D-Problem unterscheidet sich zwar deutlich vom eigentlich zu untersuchenden Problem. Auf diese Weise konnte jedoch mit geringem Aufwand der Einfluß unterschiedlicher Randbedingungen am Flansch untersucht werden. Außerdem lassen sich einige interessante Fragen, wie etwa die nach den lokalen Beanspruchungen am Flansch, nur mit Hilfe einer zweidimensionalen Analyse beantworten, weil bei dreidimensionalen Analysen

eine für diese Problemstellung ausreichend feine Diskretisierung aus Rechnerkapazitätsgründen nicht möglich wäre. Bei den 3D-Analysen wurde dagegen die tatsächlich vorliegende, sinusförmige Verteilung der Membranspannungen am Umfang angenommen (s. Abb. 6.2).

Alle durchgeführten Analysen sind rein statischer Natur, obwohl das Problem eigentlich dynamisch ist. Allerdings sind die an der Einspannung zu erwartenden Massenkkräfte so klein, daß ihre Vernachlässigung sinnvoll erscheint. Einzige Einschränkung ist, daß die Analysen nur für das erste Durchschwingen des Kernbehälters gelten, weil zu späteren Zeiten der Bauschingerereffekt berücksichtigt werden müßte. Dies schränkt aber die gewonnenen Ergebnisse nur unwesentlich ein, da für die erste Schwingung des Kernbehälters ohnehin das Beanspruchungsmaximum für die Struktur zu erwarten ist.

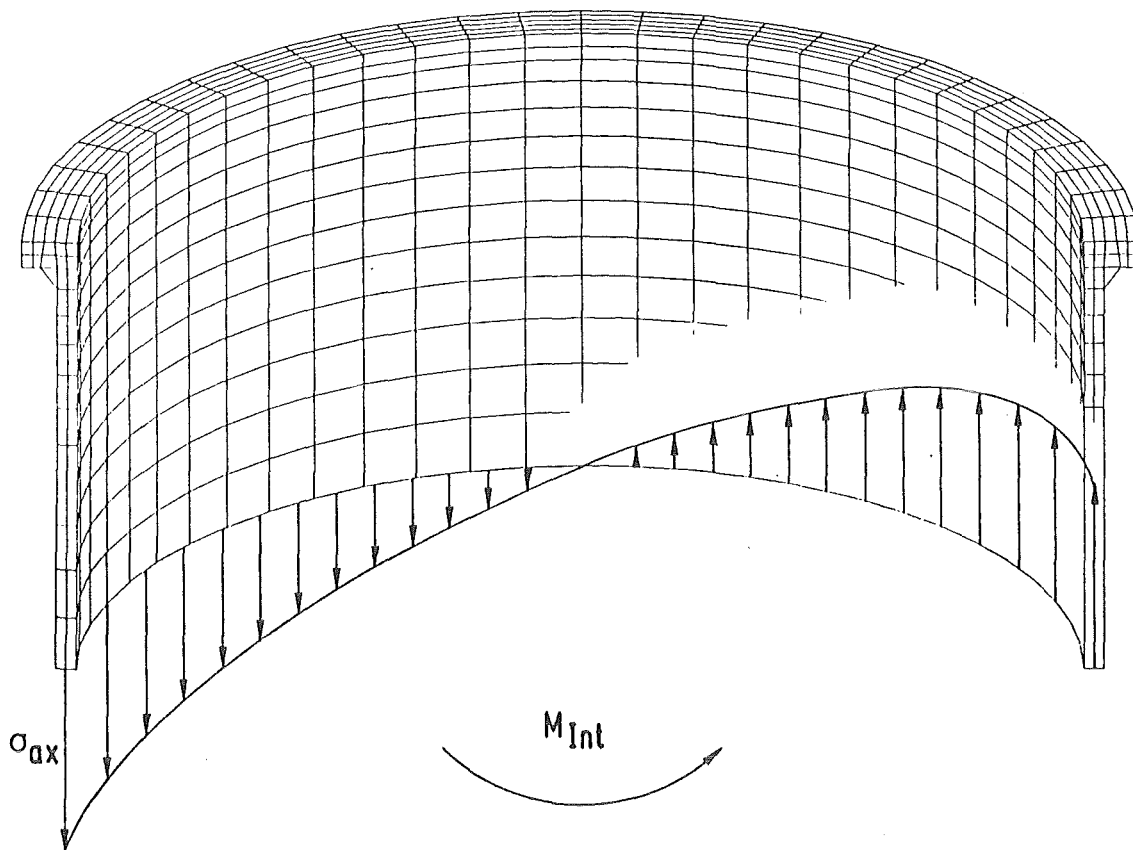


Abb. 6.2: 3D-FEM-Modell mit aufgeprägter, sinusförmiger Belastung

## 6.2 Ergebnisse

### 2D-Analysen

Auf die durchgeführten zweidimensionalen Analysen braucht hier nur am Rande eingegangen werden, weil in Kap. 4 bereits die Beanspruchungen an der Flanscheinspannung analysiert wurden. Mit Hilfe dieses zweidimensionalen Flanschmodells konnte unter anderem der Einfluß unterschiedlicher Randbedingungen am Flansch untersucht werden. Eine gewisse Problematik bei der Beurteilung der Beanspruchungen an der Kernbehälter einspannung besteht nämlich darin, daß die realen Randbedingungen am Flansch nicht genau bekannt sind. Diese können, je nach zufälligen Parametern (Spiele, relative Wärmedehnungen), streuen. Aus diesem Grunde wurden verschiedene denkbare Grenzfälle analysiert. Abb. 6.3 zeigt Ergebnisse dieser Berechnungen. Hierbei wurden unter anderem die Beanspruchungen bei axialen Zugspannungen und axialen Druckspannungen miteinander verglichen. Beides tritt beim Blowdown auf. Im ersten Fall liegt der Flansch an seiner Unterseite (Abb. 6.3a), im zweiten Fall an seiner Oberseite (Abb. 6.3b) auf. Es zeigt sich, daß man sowohl für Zug- als auch für Druckspannungen ungefähr dieselbe Einspanncharakteristik erhält. Weiterhin ergibt sich, wie bereits in Kap. 4 angedeutet, daß alle dem Flansch aufgeprägten Zwängungen zu einer Versteifung der Einspanncharakteristik führen. (Vergl. Abb. 6.3a mit 6.3c und d.) Bei den weiteren Ausführungen wird der Fall des lediglich axial fixierten Flansches (Abb. 6.3a) als Referenzfall herangezogen, weil dies einmal einen konservativen Grenzfall bezüglich der auftretenden Beanspruchungen darstellt und weil auch die realen Randbedingungen diesem Fall am nächsten kommen. Die Vorspannkräfte durch die Tellerfedern (s. Abb. 6.1) und damit die radialen Reibkräfte sind nämlich gegenüber den übrigen Kräften vernachlässigbar.

Diese 2D-Analysen liefern zwar nicht die Einspanncharakteristik für das eigentlich zu untersuchende 3D-Problem, d.h. die Abhängigkeit des integralen Biegemoments von einer charakteristischen Verformung, man kann jedoch mit Hilfe geeigneter Annahmen über das Verformungsverhalten beim 3D-Problem eine Einspanncharakteristik durch Integration längs des Kernbehäl-

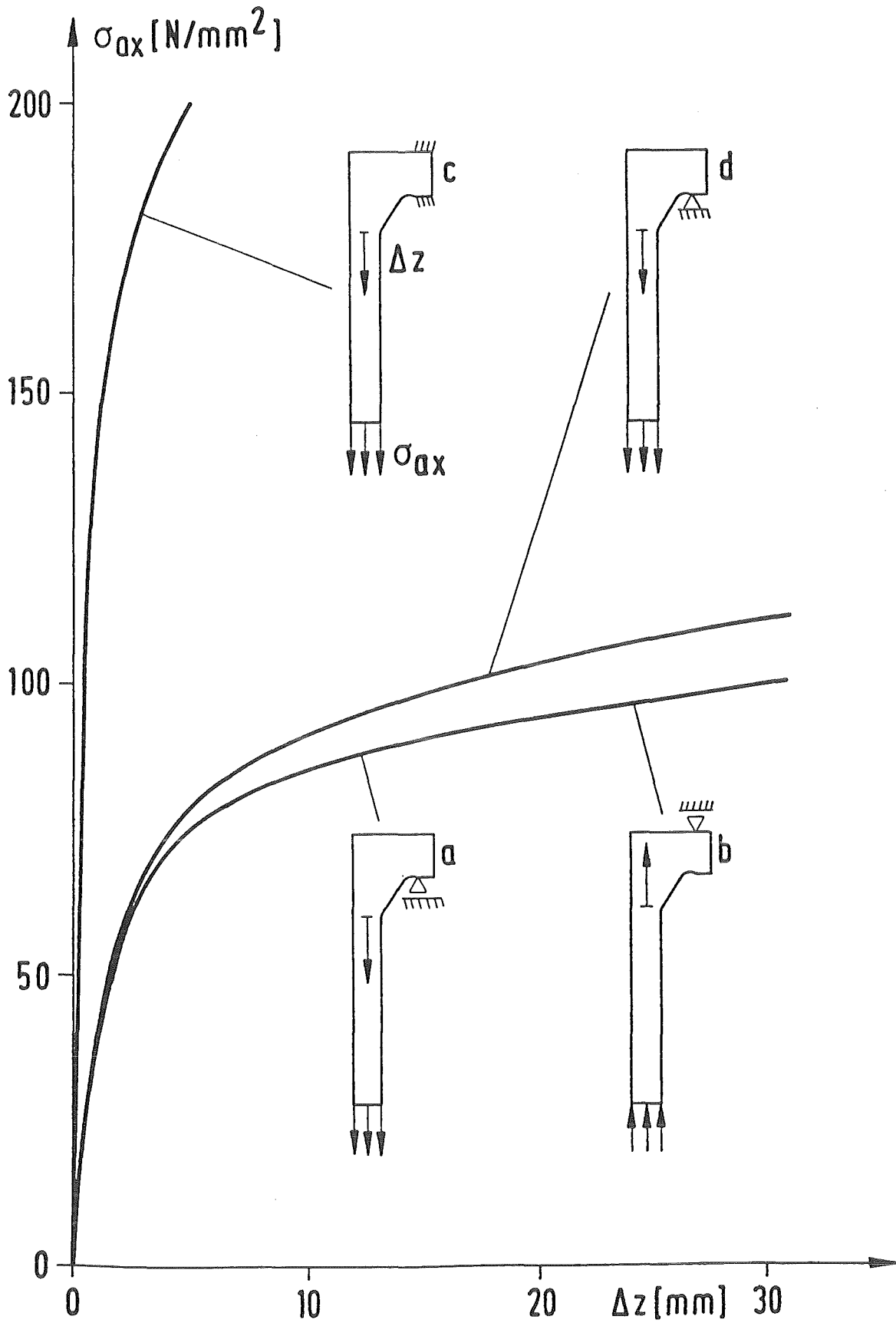


Abb. 6.3: Einfluß der Randbedingungen am Flansch auf die Einspanncharakteristik

terumfangs ableiten.

Bei dieser Integration (s. Abb. 6.4) wurde von der Modellvorstellung ausgegangen, daß der Flansch in einzelne Segmente aufgeteilt ist, die sich individuell als starre Körper um ihre Auflager drehen, und daß die Kippbewegung des Kernbehälters um den Punkt 0 mit dem Winkel  $\alpha$  erfolgt.

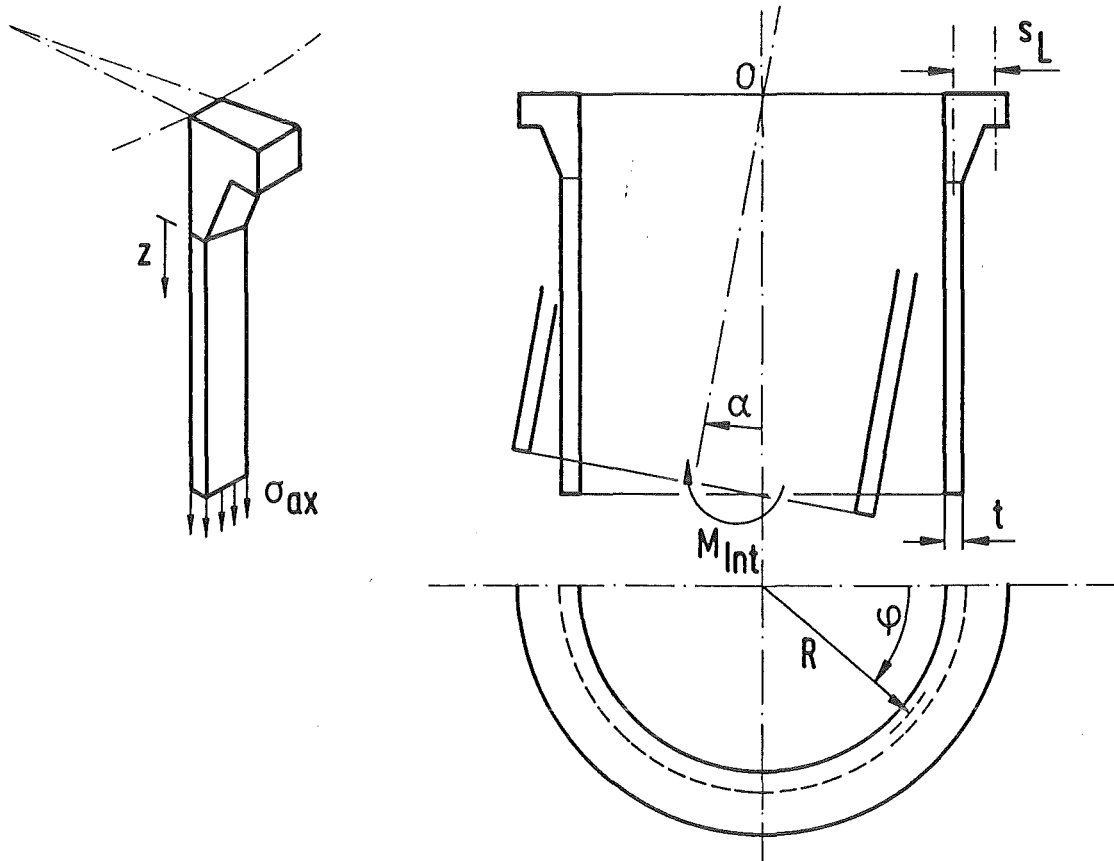


Abb. 6.4: Ermittlung der Einspanncharakteristik aus den 2D-Analysen

Für eine beliebige Schrägstellung  $\alpha$  des Kernbehälters erhält man die Axialverschiebung  $\Delta z$  eines Sektors:

$$\Delta z = R \alpha \cos \varphi \quad (6.1)$$

Für den Stülpwinkel  $\psi(\varphi)$  erhält man:

$$\psi(\varphi) = \frac{R}{s_L} \alpha \cos \varphi \quad (6.2)$$

Mit Hilfe des bei der axial-symmetrischen Rechnung ermittelten Zusammenhangs zwischen Axialspannung  $\sigma_{ax}$  und der zugehörigen axialen Flanschverschiebung  $\Delta z$  (s. Abb. 6.3a) erhält man das Moment  $M_{Int}$  zur Schrägstellung des Kernbehälters:

$$\begin{aligned} M_{Int}(\alpha) &= \int_0^{2\pi} \sigma_{ax} R \cos \varphi t R d\varphi \\ &= t R^2 \int_0^{2\pi} \sigma_{ax} \cos \varphi d\varphi \end{aligned} \quad (6.3)$$

Hierin ist  $\sigma_{ax}$  eine Funktion von  $\Delta z$  bzw.  $\alpha$ .

### 3D-Analysen

Wie oben dargestellt, hat man es bei der Blowdownbeanspruchung der Kernbehälterereinspannung eigentlich mit einem dreidimensionalen Problem zu tun. Inwieweit eine Beurteilung der Beanspruchungen mit Hilfe vereinfachter 2D-Analysen zu realistischen Resultaten führt, ist nicht ganz einfach zu erkennen. Letztliche Klarheit kann hier nur eine wirklich dreidimensionale Analyse liefern.

Für das hier untersuchte Problem wurde deshalb eine dreidimensionale Untersuchung trotz des hiermit verbundenen enormen Aufwandes (Rechenzeiten, Speicherkapazität) durchgeführt. Eine ähnlich feine Diskretisierung wie bei der 2D-Analyse ließ sich bei diesem Modell jedoch nicht realisieren. Das in Abb. 6.2 dargestellte 3D-Modell schöpft gerade die obere Grenze des Rechners aus. Die Randbedingungen wurden so definiert, daß der Flansch lediglich auf der Ober- bzw. Unterseite axial fixiert ist, je nachdem, ob die Belastung aus axialen Zug- bzw. Druckspannungen an der entsprechenden Stel-

le des Umfangs herrührt. Abb. 6.5 zeigt als Ergebnis dieser Analyse die verformte Struktur. Unter der Belastung durch das integrale Biegemoment stellt sich der Kernbehälter schräg. Im Unterschied zum zweidimensionalen Fall stülpt der Flansch um unterschiedlich große Winkel längs des Umfangs. Dies hat eine Torsionsbeanspruchung des Flansches zur Folge, die bei den folgenden Überlegungen noch von Bedeutung sein wird.

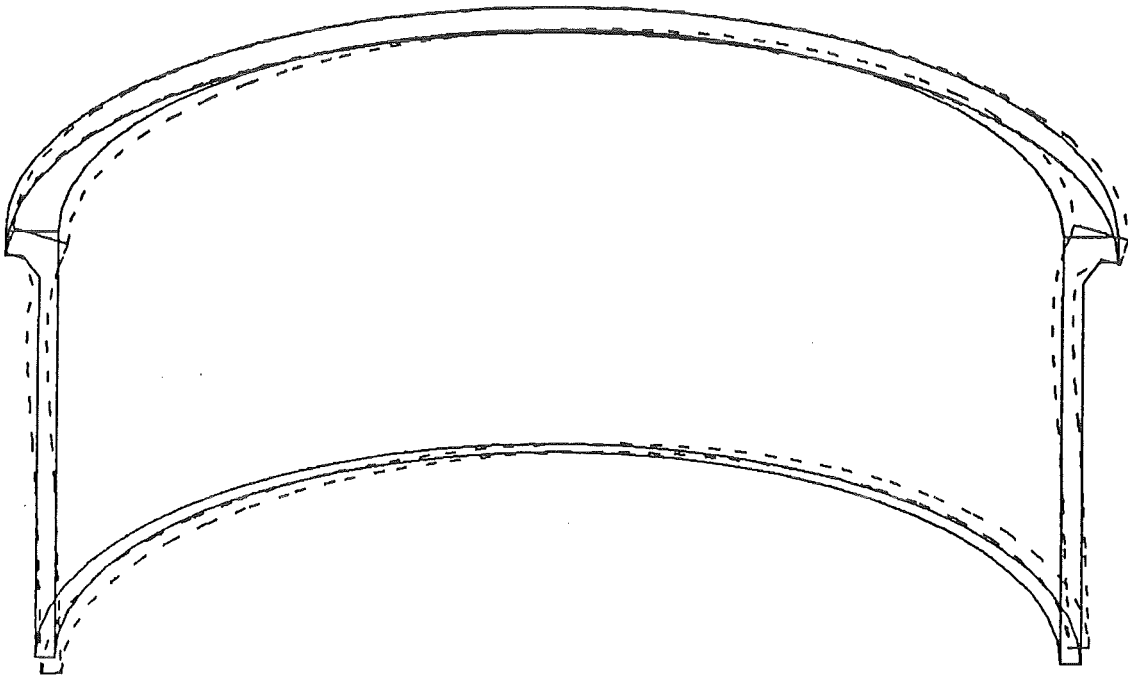


Abb. 6.5: Verformte Struktur (Verformungen 300-fach vergrößert)

#### Vergleich der 2D- und 3D-Analysen

Der Vergleich der 2D- mit den 3D-Analysen zeigt ein prinzipiell ähnliches Verformungsverhalten. Allerdings wurden unerwartete Unterschiede bei der Größe der auftretenden Flanschverformungen festgestellt. Für diese Diskrepanzen kommen mehrere Ursachen in Frage. In Abb. 6.6 sind die berechneten



axialen Verschiebungen am Übergang zum Flansch aus 2D- und 3D-Rechnung gegenübergestellt. Dabei sind für die 3D-Rechnung die Scheitelwerte am Umfang dargestellt. Man sieht, daß die Flanschsteifigkeit, die sich aus den 3D-Analysen ergibt, ungefähr doppelt so groß ist wie diejenige, die man aus den 2D-Rechnungen erhält.

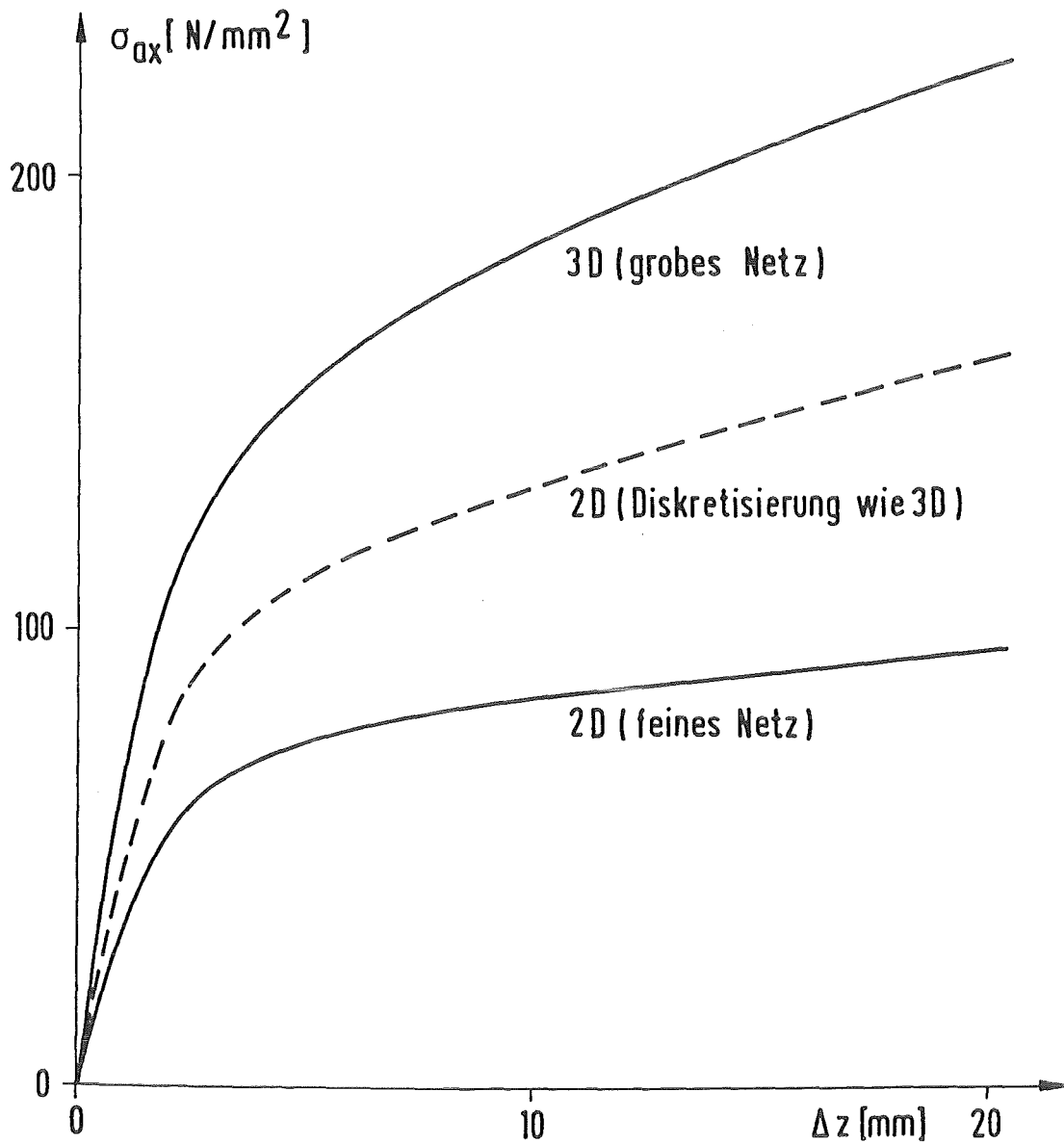


Abb. 6.6: Vergleich von 2D- und 3D-Analyse

Eine wichtige Ursache hierfür ist mit Sicherheit die zu grobe Diskretisierung bei den 3D-Analysen. Dies konnte mit Hilfe einer separaten 2D-Rechnung nachgewiesen werden, bei der eine dem 3D-Modell entsprechende Diskretisierung, d.h. identische Nodalisierung und die Verwendung eines entsprechenden Elementtyps, zugrunde gelegt wurde. Diese Vergleichsrechnung ist ebenfalls in Abb. 6.6 gezeigt. Sie liefert im elastischen Lastbereich eine um ca. 38 % größere Flanschsteifigkeit als die 2D-Referenzrechnung. Mit zunehmenden plastischen Verformungen nimmt diese Tendenz weiter zu. Bei großen plastischen Verformungen liefert die Analyse um 60 bis 70 % höhere Steifigkeiten.

Der Diskretisierungseinfluß hat verschiedene Ursachen. Einmal werden bei dem groben Modell Elemente mit niedrigerem Verschiebungsansatz verwendet. Diese erlauben offensichtlich in Verbindung mit dem wesentlich größeren Netz keine ausreichende Beschreibung des Verschiebungsfeldes, das in einigen Strukturbereichen sehr komplex ist. Zum anderen dürfte die Vergrößerung des numerischen Versteifungseffektes mit zunehmenden plastischen Verformungen auf die unzureichende Modellierung des konstitutiven Verhaltens bei dem groben Netz zurückzuführen sein. Offensichtlich ist bei dem groben Netz die Anzahl der Integrationspunkte, an denen die Belastungsgeschichte analysiert wird, zu gering. Die Steifigkeitsabnahme als Folge der plastischen Verformungen kann deshalb nur unzureichend beschrieben werden.

Diese numerischen Effekte erklären aber nur einen Teil der Diskrepanzen zwischen 2D- und 3D-Rechnung. Der übrige Teil hat seine Ursache im unterschiedlichen mechanischen Verhalten bei beiden Problemen. Bei dem 3D-Problem kommt nämlich zusätzlich zu der Stülpbeanspruchung des Flansches eine erhebliche Beanspruchung durch Torsion, die dem Flansch durch die sinusförmige Verteilung der Belastung längs des Umfangs aufgeprägt wird.

Die Torsion wirkt sich zusammen mit dem unterschiedlichen Beanspruchungsniveau in Umfangsrichtung gerade bei plastischen Verformungen besonders stark auf die Einspanncharakteristik des Flansches aus. Wegen des unterschiedlichen Beanspruchungsniveaus sind nämlich im Gegensatz zu den 2D-

Analysen Spannungsumlagerungen in Umfangsrichtung möglich. Kommt es zu größeren Verformungen an einer Stelle des Umfangs, so überträgt die Torsion einen Teil der Belastung auf die weniger beanspruchten Nachbarbereiche. Diese Stützwirkung ist bei großen plastischen Verformungen besonders stark ausgeprägt und führt zu einer Versteifung, die bei der näherungsweise Ermittlung der Einspanncharakteristik aus den 2D-Analysen unberücksichtigt bleibt.

Die geschilderten Zusammenhänge erklären qualitativ die Unterschiede zwischen der 2D- und der 3D-Rechnung. Bei realistischer Beurteilung der Gegebenheiten liegt die tatsächliche Einspanncharakteristik beim 3D-Problem zwischen den in Abb. 6.6 gezeigten beiden Kurven aus 2D- und 3D-Analyse.

Diese Ergebnisse zeigen, daß man mit Schlüssen aus einer vereinfachten 2D-Rechnung vorsichtig sein sollte. Daneben wird das Interesse an aufwendigeren 3D-Analysen deutlich, die mit den heute im Einsatz befindlichen Rechenanlagen noch nicht durchführbar sind.

#### Beurteilung der bei einem Blowdown zu erwartenden Beanspruchung

Die Größe der bei einem Blowdown zu erwartenden Beanspruchung hängt von Lage, Größe und Öffnungszeit des angenommenen Rohrleitungsbruches ab. Die größten Beanspruchungen sind bei einem plötzlichen und vollständigen Bruch direkt am Eintritt zum Reaktordruckbehälter zu erwarten. Obwohl heute nach den RSK-Leitlinien für Druckwasserreaktoren /24/ im vorliegenden Fall nur noch von einer 10%-igen Bruchöffnungsfläche ausgegangen wird, ist der vollständige Bruch ein plausibler Referenzfall, von dem im Rahmen der folgenden Überlegungen ausgegangen wird.

Bestimmende Belastungsgröße für den Flansch ist das integrale Biegemoment, welches der Kernbehälter auf die Einspannung ausübt. Abb. 6.7 zeigt den zeitlichen Verlauf dieses Moments innerhalb der ersten 80 ms nach Blowdownbeginn, ermittelt mit dem Rechenprogramm FLUX zur Beschreibung der Fluid-Struktur-Wechselwirkung /25/. Die maximale Beanspruchung tritt nach ca. 40 ms auf, sie beträgt ungefähr 70 MNm. Diese Beanspruchungsspitze läßt

sich durch das dynamische Verhalten des Systems erklären. Zu Beginn wird der Kernbehälter in Richtung auf den Blowdownstutzen beschleunigt. Er schlägt nach 40 ms dort am oberen Flansch an und schwingt anschließend balkenartig durch. In dieser Phase tritt das erwähnte Beanspruchungsmaximum auf.

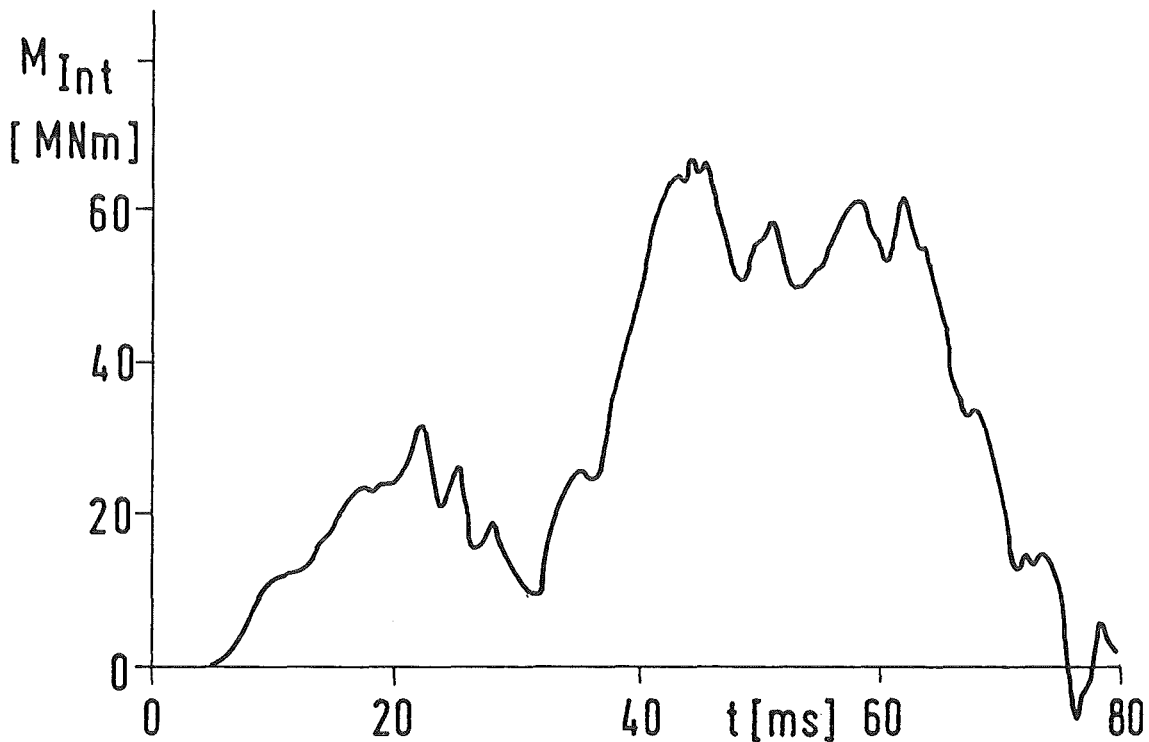


Abb. 6.7: Zeitlicher Verlauf des integralen Biegemoments auf den Kernbehälterflansch

Abb. 6.8 zeigt das bei den Festigkeitsanalysen ermittelte globale Biegemoment in Abhängigkeit von der axialen Flanschverformung als charakteristische Verformungsgröße. Neben dem Resultat der 3D-Analysen ist in diesem Bild die aus den 2D-Analysen abgeleitete Einspanncharakteristik dargestellt.

Selbst bei Gültigkeit der 2D-Einspannkennlinie läge man bei 70 MNm Belastung noch unterhalb kritischer Belastungswerte, weil bei dieser Belastung noch keine stärkeren Abweichungen vom linearen Verlauf auftreten. Nach den

obigen Ausführungen ist jedoch ein Kennlinienverlauf realistisch, der zwischen den beiden hier gezeigten Kurven liegt. Würde man beim Störfall eine maximale axiale Flanschverschiebung von ca. 5 mm tolerieren, so läge die erwartete Belastung von 70 MNm etwa um den Faktor 2 unterhalb kritischer Belastungswerte. Daher ist zu erwarten, daß es beim Blowdown allenfalls zu lokalen plastischen Verformungen kommt, die von örtlichen Beanspruchungsspitzen hervorgerufen werden. Die auftretenden maximalen Dehnungen liegen hierbei in der Größenordnung von ca. 1 %. Eine Gefahr für die Integrität der Struktur besteht somit keinesfalls.

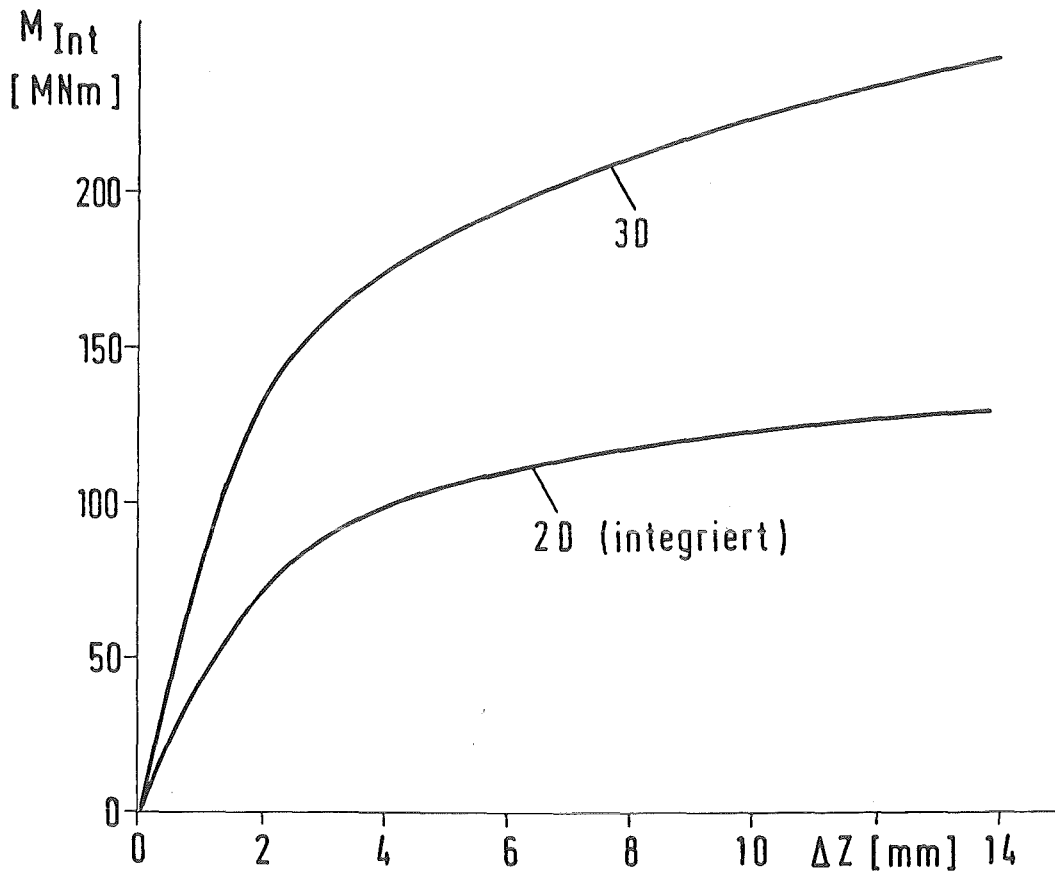


Abb. 6.8: Integrales Biegemoment in Abhängigkeit vom Scheitelwert der axialen Flanschverformung

## 7. Zusammenfassung und Schlußfolgerungen

### Durchgeführte Arbeiten

Es wurde das Verhalten von Zylinderschalen bei Überlast untersucht. Besonderes Interesse galt der Ermittlung der plastischen Dehnungskonzentrationen an den eingespannten Schalenrändern. Die Art der Schaleneinspannung und die Spannungs-Dehnungs-Kennlinie für das elastisch-plastische Materialverhalten wurden variiert. Die Analysen wurden vorwiegend mit dem Finite-Element-Programm ADINA durchgeführt, das die Berücksichtigung von plastischem Materialverhalten und großen Verformungen gestattet. Daneben wurden zur Interpretation und zur Überprüfung der Ergebnisse sowie zum Erkennen von wirksamen Beanspruchungsmechanismen zusätzliche Spezialmodelle entwickelt.

Anhand dieser exemplarischen Analysen erfolgte eine kritische Beurteilung der Standardauslegungsverfahren nach den technischen Regelwerken, die auch bei Überlastbeanspruchungen auf linear elastischen Strukturmodellen basieren.

Ausgangspunkt für die Arbeiten war ein Problem, das bei Sicherheitsuntersuchungen von Druckwasserreaktoren auftritt. Im Falle eines plötzlichen Bruches der Hauptkühlmittelleitung wird dort die Einspannung des zylinderförmigen Kernbehälters am höchsten beansprucht. Ihre Integrität ist aber von wichtiger sicherheitstechnischer Bedeutung. Im Rahmen dieser Untersuchungen wurde deshalb die Größe der dort auftretenden Beanspruchungen ermittelt. Der Abstand der auftretenden Belastungen zu kritischen Werten wurde quantifiziert.

### Ergebnisse

Es zeigt sich, daß an der festen Einspannung einer innendruckbeanspruchten Zylinderschale nur mäßige Dehnungskonzentrationen auftreten. Die maximalen Dehnungen betragen bei üblichen Schallengeometrien höchstens das Vierfache der Dehnungen im ungestörten Schalenbereich. Das Verhältnis von Schalendicke zu Schalenradius hat hierbei keinen nennenswerten Einfluß. Bei kürze-

ren Schalen und großen plastischen Verformungen sind etwas größere Dehnungskonzentrationen am Rand zu erwarten. Auch der Einfluß der Werkstoffverfestigung auf die Dehnungskonzentrationen ist nicht besonders stark.

Die Ursache für dieses Verhalten liegt im Mechanismus der Lastabtragung an der Einspannung. Die Ränder übernehmen nämlich einen Teil der Membranspannungen und reduzieren so das Beanspruchungsniveau. Die durch die Biegung verursachten Dehnungsspitzen dienen lediglich dem Ausgleich auftretender Verformungsdifferenzen. Die Biegespannungen in Randnähe besitzen aus diesem Grunde ausgeprägten Sekundärspannungscharakter im Sinne der Regelwerke. Wegen des lokalen Charakters der Dehnungsspitzen und der hohen Duktilität der heute eingesetzten Werkstoffe sind diese Dehnungsspitzen bei einmaliger Belastung ohne große Bedeutung. Versagen ist vielmehr in Form einer plastischen Instabilität in den von Randeinflüssen freien Schalenbereichen zu erwarten.

Ganz anders ist das Verhalten bei einer Schaleneinspannung mittels eines flexiblen Flansches und bei Axialkraftbelastung. Hier treten beträchtliche Dehnungskonzentrationen auf. Die lokalen Dehnungen an der Einspannung können mehr als das Hundertfache der Dehnungen in den randfernen Bereichen betragen. Die Größen dieser Dehnungsspitzen hängt entscheidend vom Verfestigungsverhalten des Werkstoffes ab. Weiterhin haben die Gestaltung der Flanschlagerung und der Flanschform starken Einfluß. Eine Beurteilung kann hier nur für jeden Einzelfall erfolgen. In dem untersuchten Referenzfall ist mit Versagen bzw. Funktionsverlust an der Einspannung durch Überschreiten kritischer Dehnungen zu rechnen. Die Beanspruchungen in den randfernen Bereichen sind dabei noch im elastischen Lastbereich.

Dieses Verhalten hat seine Ursache in der besonderen Funktion der Biegespannungen am Rand. Diese ergeben sich nämlich nicht in erster Linie aus Kompatibilitätsgründen, sondern sind in etwa proportional zur Belastung. Bei Überlast ergeben sich deshalb sehr große plastische Dehnungen. Aus diesem Grunde dürfen die Biegespannungen bei der Schaleneinspannung mit einem flexiblen Flansch nicht als Sekundärspannungen klassifiziert werden. Sie besitzen Primärspannungscharakter.

Auf der Basis der durchgeführten inelastischen Festigkeitsanalysen erfolgte auch eine kritische Beurteilung der Auslegungsregeln bei Überlast. Im allgemeinen ist die Auslegung nach Regelwerk konservativ. Nicht-Konservativitäten können jedoch bei einer falschen Spannungsklassifikation auftreten und krasse Fehlauslegungen zur Folge haben. Leider ist diese Frage bei etwas komplizierteren Geometrien und Belastungen nur durch detaillierte elastisch-plastische Analysen zu beantworten. Hierzu liefert die vorliegende Arbeit einen Beitrag.

Der Vergleich zeigt im übrigen, daß die üblichen elastischen Analysen nur begrenzte Aussagen über die Beanspruchungen bei Überlast liefern können. Die Größen der tatsächlich auftretenden Beanspruchungen, d.h. Dehnungen, hängen nämlich wesentlich vom elastisch-plastischen Materialverhalten ab, das aber bei den üblichen Festigkeitsanalysen keine Berücksichtigung findet.

Bezüglich des konkreten Anwendungsfalls der Kernbehälter einspannung ist zu sagen, daß selbst bei einem schnellen und vollständigen Bruch einer Hauptkühlmittelleitung keine Gefahr für die Strukturintegrität besteht. Es sind allenfalls lokale plastische Verformungen zu erwarten. Kritische Beanspruchungen würden erst bei einer doppelt so hohen Belastung auftreten.



## Literatur

- /1/ D. Smidt: Reaktor-Sicherheitstechnik, Springer-Verlag New York, 1979
- /2/ ASME Boiler and Pressure Vessel Code an American National Standard,  
Section III: Rules for Construction of Nuclear Power Plant Components,  
1983 Edition, The American Society of Mechanical Engineers, New York
- /3/ Sicherheitstechnische Regeln des Kerntechnischen Ausschusses  
Carl Heymann Verlag KG, Gereonstraße 18-32, 5000 Köln
- /4/ Ray W. Clough: The Finite Element Method After Twenty-Five Years:  
A Personal View, Computers & Structures, Vol 12, 361-370, 1980
- /5/ ADINA System Theory and Modelling Guide, Report AE 83-4  
ADINA Engineering AB, Västeras Sweden
- /6/ M. Radomski, D.J. White: Some Theoretical Considerations Relating to  
Strain Concentration in Elastic-Plastic Bending of Beams, Journal of  
Strain Analysis, Vol 3, No 4, 304-312, 1968
- /7/ D.J. White, M. Radomski: Strain Concentration in Beams under Cyclic  
Plastic Straining, Journal of Strain Analysis, Vol 3, No 4, 313-324,  
1968
- /8/ B.F. Langer: Design-Stress Basis for Pressure Vessels, Experimental  
Mechanics, Jan. 1971
- /9/ K. Strohmeier: Theoretische und experimentelle Spannungsermittlung an  
Stützen in Druckbehältern, Dissertation Technische Hochschule Aachen,  
1971
- /10/ J.H. Gross: The Effective Utilization of Yield Strength, ASME-Paper  
71-PVP-11

- /11/ W.E. Cooper, E.H. Kottcamp, G.A. Spierig: Experimental Effort on Bursting of Constrained Disks as Related to the Effective Utilization of Yield Strength, ASME Paper 71-PVP-49
- /12/ C.P. Royer, S.T. Rolfe, J.T. Easley: Effect of Strain Hardening on Bursting Behavior of Pressure Vessels, Second International Conference on Pressure Vessel Technology, San Antonio, Texas, Oct. 1973
- /13/ C.P. Royer, S.T. Rolfe: Effect of Strain-Hardening Exponent and Strain Concentrations on the Bursting Behavior of Pressure Vessels, ASME Paper 74-Mat-1
- /14/ W. Flügge: Stress in Shells, Springer Verlag New York, 1973
- /15/ ADINA - A Finite Element Program for Automatic Dynamic Incremental Nonlinear Analysis, Report AE 81-1, ADINA Engineering AB, Västerås Sweden
- /16/ K.J. Bathe: An Assessment of Current Solution Capabilities for Non-linear Problems in Solid Mechanics, in: Numerical Methods for Partial Differential Equations III, Academic Press, 1976
- /17/ K.J. Bathe, A.P. Cimento: Some Practical Procedures for the Solution of Nonlinear Finite Element Equations, Journal of Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol 22, 59-85, 1980
- /18/ FEMGEN - A General Finite Element Mesh Generator 1980, IKO-Software Service GmbH, Albstadtweg 10, 7000 Stuttgart 80
- /19/ FEMVIEW - Handbuch, IKO-Software Service GmbH, Albstadtweg 10, 7000 Stuttgart 80
- /20/ K.A. Reckling: Plastizitätstheorie und ihre Anwendung auf Festigkeitsprobleme, Springer Verlag New York, 1967

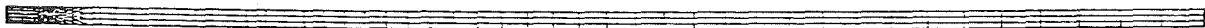
- /21/ R. Grammel: Das Umstülpen und Umkippen von elastischen Ringen,  
Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, Band 3, 429ff,  
1929
  
- /22/ U. Schumann: Effektive Berechnung dreidimensionaler Fluid-Struktur-  
Wechselwirkung beim Kühlmittelverluststörfall eines DWR, FLUX.  
Kernforschungszentrum Karlsruhe, KfK-2645, 1978
  
- /23/ R. Krieg, E.G. Schlechtendahl, K.-H. Scholl: Design of the HDR experi-  
mental program on blowdown loading and dynamic response of PWR-vessel  
internals, Nuclear Engineering and Design 43, 419-435, 1977
  
- /24/ RSK-Leitlinien für Druckwasserreaktoren, GRS, Köln, 1981
  
- /25/ J. Benner: Fortgeschrittene Berechnungsverfahren zum Blowdownverhalten  
eines Druckwasserreaktors, KfK-Nachrichten, Kernforschungszentrum  
Karlsruhe, No 2, S. 73, 1984

## Anhang A: Beschreibung der Finite-Element-Modelle

Für die Analysen wurden eine Reihe von FEM-Modellen erstellt. Insbesondere bei den 2D-Analysen wurden verschiedene Modelle unterschiedlicher Diskretisierung eingesetzt, um auch das Konvergenzverhalten zu studieren. Für einige Modelle werden im folgenden die wichtigsten Daten angegeben, um einen Einblick über die Problemgrößen zu vermitteln.

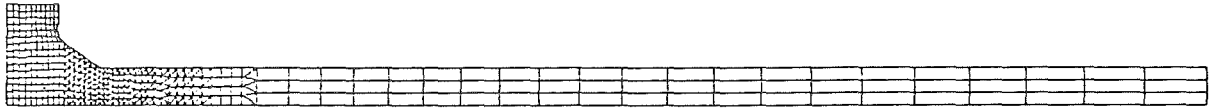
Charakteristische Rechenzeiten betragen auf einer Siemens M7890 Maschine für 2D-Probleme wenige Minuten bis ca. 1 Stunde. Für das behandelte 3D-Problem lag die Rechenzeit bei mehreren Stunden. Generelle Aussagen lassen sich hier nicht treffen, weil die benötigten Rechenzeiten bei inelastischen Problemen sehr stark von der Lastinkrementierung und den Konvergenzanforderungen abhängen. Dies kann dazu führen, daß sich die Rechenzeiten bei demselben Problem je nach Fall um eine Größenordnung unterscheiden. Ein wichtiger Schritt zur Beseitigung dieser Problematik wäre die Entwicklung geeigneter Algorithmen zur automatischen Lastinkrementierung.

Modell 1      (2D-Modell zur Analyse der festen Einspannung):



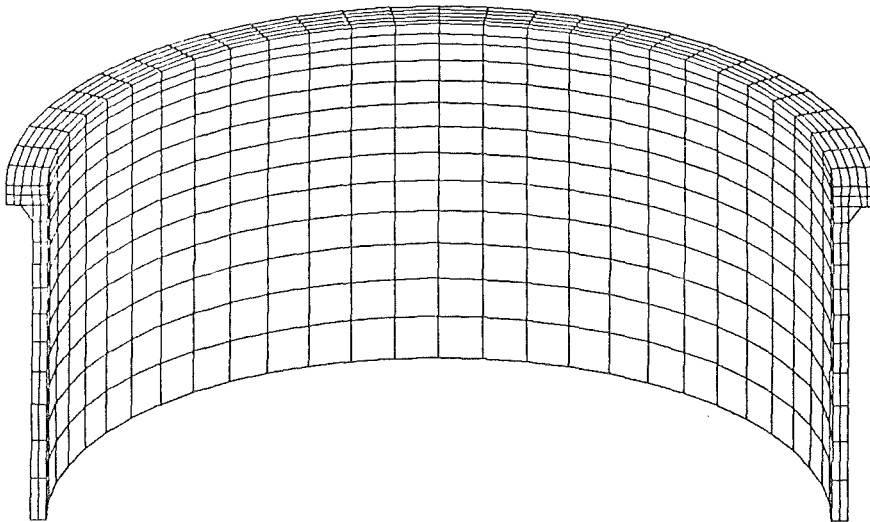
Elemente	:	433
Elementtyp	:	isoparametrisch, 8 Knoten
Knoten	:	1324
Freiheitsgrade	:	2620
Integrationspunkte	:	3897

Modell 2 (2D-Modell zur Analyse der Flanscheinspannung):



Elemente	:	521
Elementtyp	:	isoparametrisch, 8 Knoten
Knoten	:	1410
Freiheitsgrade	:	2819
Integrationspunkte	:	4689

Modell 3 (3D-Modell zur Analyse der Kernbehälterereinspannung):



Elemente	:	924
Elementtyp	:	isoparametrisch, 8 Knoten
Knoten	:	1479
Freiheitsgrade	:	4305
Integrationspunkte	:	24948

## Anhang B: Typische Werkstoffdaten für ferritische und austenitische Werkstoffe

Bei dem in Kap. 5 durchgeführten Vergleich zwischen Auslegung nach Regelwerk und den detaillierten elastisch-plastischen Analysen wurden für ferritische und austenitische Werkstoffe typische Werkstoffdaten zugrunde gelegt.

Ferritische Werkstoffe zeichnen sich durch ein hohes Streckgrenzenverhältnis und geringe Verfestigung aus. Austenitische Werkstoffe haben dagegen ein niedriges Streckgrenzenverhältnis und verfestigen sehr stark.

Abb. B.1 und B.2 zeigen die zugrunde gelegten Werkstoffkennlinien für beide Werkstoffe bis zum Erreichen der Gleichmaßdehnung. Tab. B.1 zeigt die daraus gewonnenen Werkstoffkennwerte (Fließgrenze  $R_{p0.2}$ , Zugfestigkeit  $R_{mT}$ ) und die sich daraus ergebenden zulässigen Spannungsgrenzwerte für die Regelwerke.

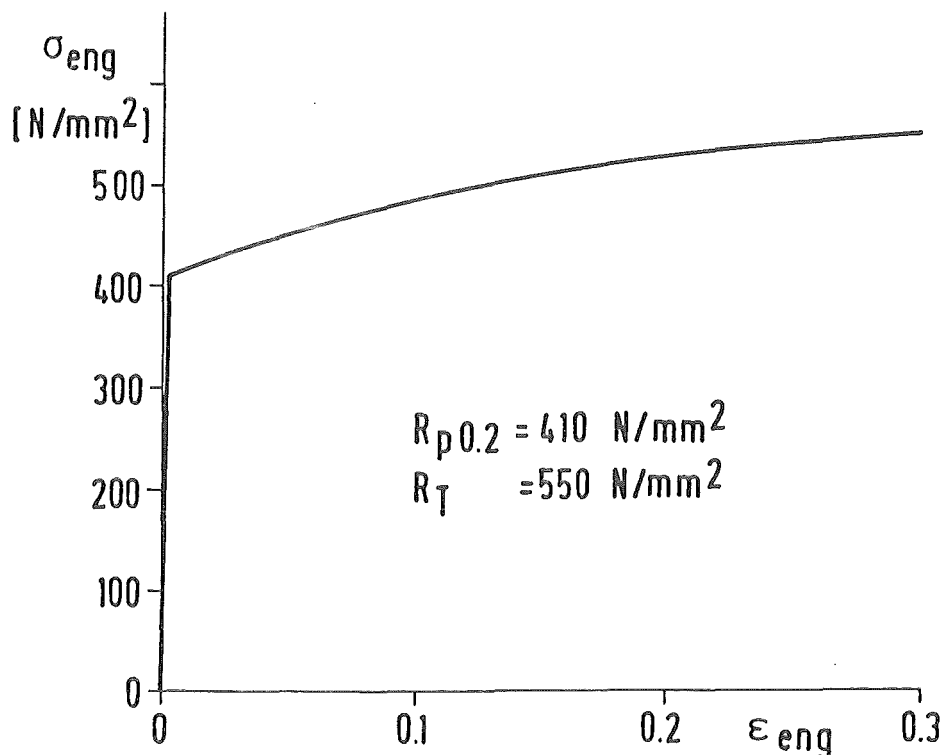


Abb. B.1: Werkstoffkennlinie eines ferritischen Werkstoffes

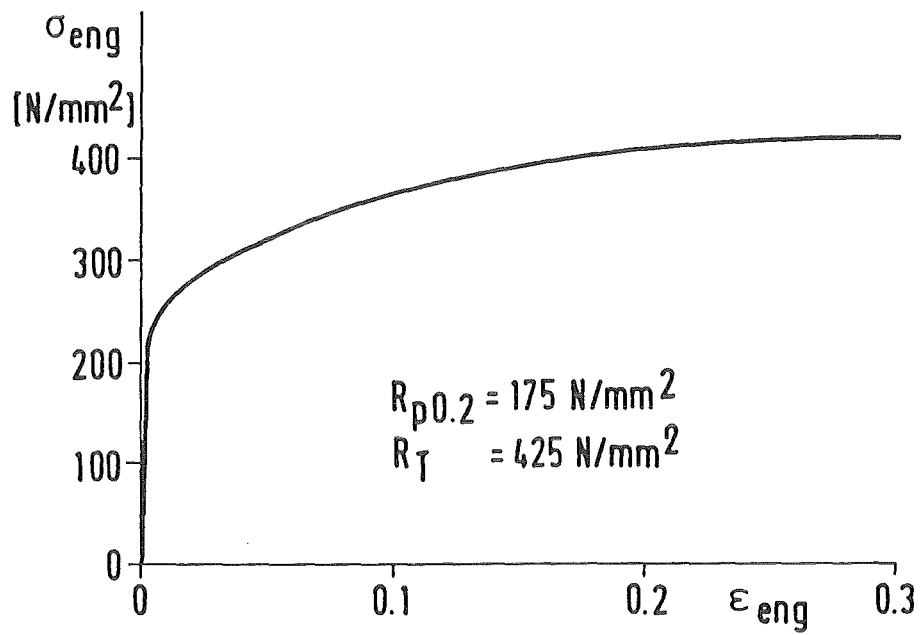


Abb. B.2: Werkstoffkennlinie eines austenitischen Werkstoffes

	A	C	D		A	C	D
$P_m$	183	347	385	$P_m$	117	140	298
$P_m + P_b$	275	495	550	$P_m + P_b$	175	210	425

Tab. B.1: zulässige Spannungsgrenzwerte für ferritischen und austenitischen Werkstoff nach ASME